

Løsningsforslag — Eksamen 1P Vår 2025 (MAT1019)

DEL 1 – Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (1 poeng)

Formel (vekstfaktor): $\text{vekstfaktor} = \frac{\text{ny verdi}}{\text{gammel verdi}}$

Ny verdi er prisen på bensinstasjonen (60 kr), gammel verdi er prisen i butikken (40 kr):

$$\text{vekstfaktor} = \frac{\text{ny verdi}}{\text{gammel verdi}} = \frac{60}{40} = 1,5$$

En vekstfaktor på 1,5 svarer til en økning på 50 %.

Sjokoladeplaten er 50 % dyrere på bensinstasjonen enn i butikken.

Oppgave 2 (1 poeng)

Formel (prosentvis endring): $\text{prosentvis endring} = \frac{\text{endring}}{\text{utgangsverdi}} \cdot 100 \%$

Arbeiderpartiet går fra 40 % til 45 %, en økning på 5 prosentpoeng. Senterpartiet går fra 20 % til 25 %, også en økning på 5 prosentpoeng. Endringen er altså 5 prosentpoeng for begge, mens utgangsverdien er partiets opprinnelige oppslutning (40 % for Ap, 20 % for Sp):

$$\text{Ap: } \frac{\text{endring}}{\text{utgangsverdi}} \cdot 100 \% = \frac{5}{40} \cdot 100 \% = \underline{12,5 \%}$$

$$\text{Sp: } \frac{\text{endring}}{\text{utgangsverdi}} \cdot 100 \% = \frac{5}{20} \cdot 100 \% = \underline{25 \%}$$

Selv om begge partiene økte like mye i prosentpoeng, er den relative økningen størst for Senterpartiet fordi de hadde et lavere utgangspunkt.

Senterpartiet har hatt størst prosentvis framgang.

Oppgave 3 (3 poeng)

Proporsjonal sammenheng (til sammenligning): Hvis en sjokoladeplate koster 20 kroner, er totalprisen proporsjonal med antall plater: $K(x) = 20x$. Grafen er en rett linje gjennom origo.

Omvendt proporsjonal situasjon: Fem venner skal leie en hytte som koster 6000 kroner for helgen. Jo flere som er med og deler regningen, jo mindre må hver enkelt betale.

Formel (omvendt proporsjonalitet): $K(x) = \frac{k}{x}$, der k er en konstant.

$$K(x) = \frac{6000}{x}$$

der x er antall personer som deler kostnaden, og $K(x)$ er beløpet hver person betaler.

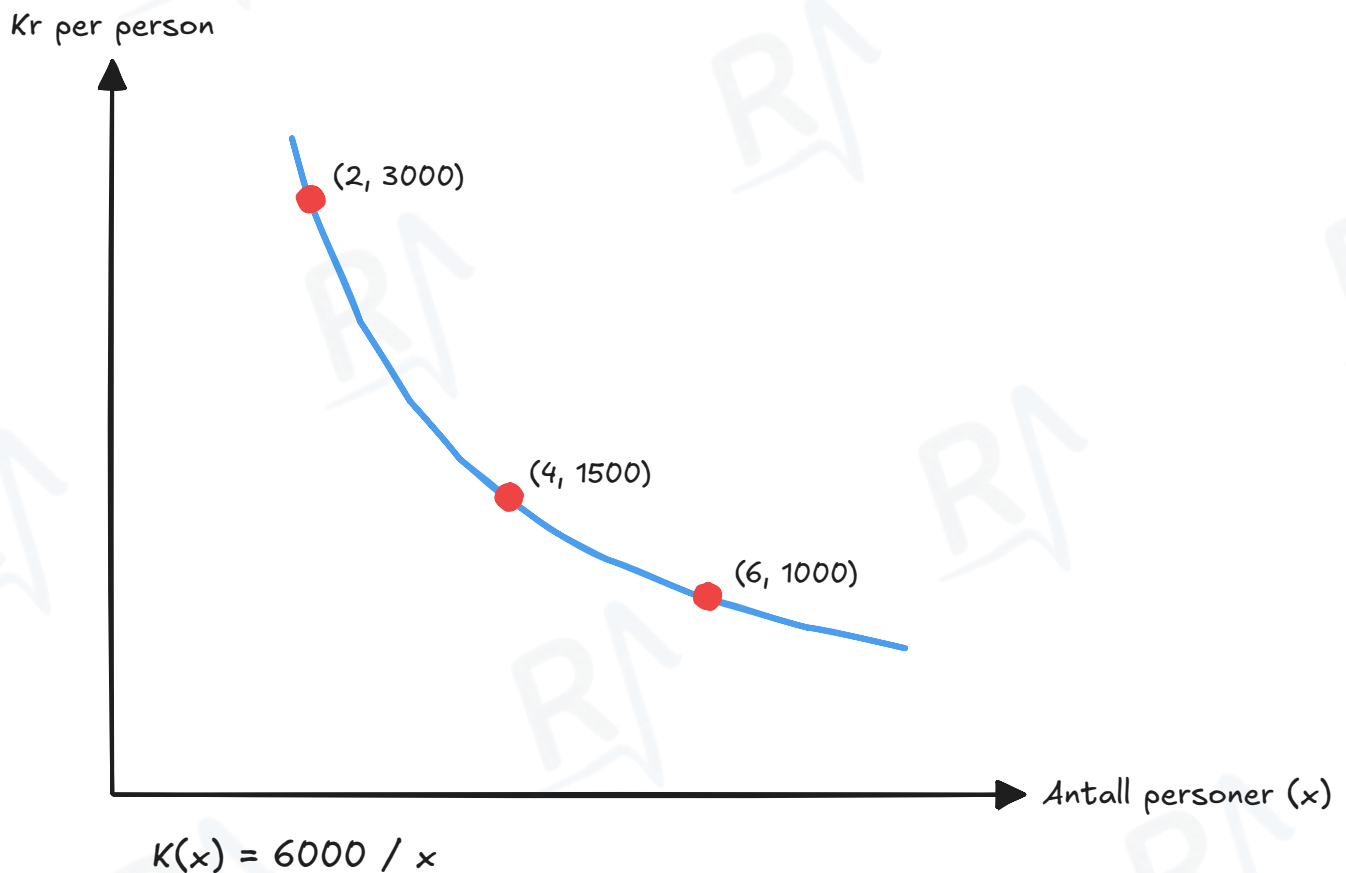
Dette er omvendt proporsjonalt fordi produktet $x \cdot K(x)$ alltid er konstant (6000 kroner), og fordi $K(x)$ blir mindre når x blir større.

Tre punkter på grafen:

- (2, 3000): to personer betaler 3000 kr hver
- (4, 1500): fire personer betaler 1500 kr hver
- (6, 1000): seks personer betaler 1000 kr hver

Grafen er en hyperbel som avtar mot null når x øker, og som går mot uendelig når x nærmer seg null.

Oppgave 3 - kr per person, hyttetur (6000 kr)



Oppgave 4 (2 poeng)

Regel (multiplikasjon av tall på standardform): $a \cdot 10^b \cdot c \cdot 10^d = (a \cdot c) \cdot 10^{b+d}$

Vi skal fylle inn i $\square \cdot 10^\square \cdot \square \cdot 10^\square = 8\,000\,000\,000 = 8 \cdot 10^9$, med åtte forskjellige tall fra 0–9, ikke gjentatt.

Vi trenger to tall som multiplisert gir 8 ($a \cdot c = 8$), og to eksponenter som summert gir 9 ($b + d = 9$). Til sammen skal de to løsningene bruke åtte forskjellige av tallene 0–9, så ingen av de åtte rutene kan ha samme tall.

De to tallene som ganges sammen, må gi 8. Med ensifrede, forskjellige tall er det bare to muligheter: $1 \cdot 8$ og $2 \cdot 4$. Den ene løsningen må altså bruke 1 og 8, og den andre 2 og 4.

Da er tallene 1, 2, 4 og 8 brukt opp, og eksponentene må hentes fra 0, 3, 5, 6, 7 og 9. Av disse er det bare to par som summerer til 9: $0 + 9$ og $3 + 6$. Det gir nettopp de to løsningene vi trenger:

$$1 \cdot 10^0 \cdot 8 \cdot 10^9 = 8 \cdot 10^9$$

$$2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^6 = 8 \cdot 10^9$$

Til sammen bruker de to løsningene tallene 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8 og 9, altså åtte forskjellige av de ti, og ingen tall går igjen.

Elias har rett : de to løsningene $1 \cdot 10^0 \cdot 8 \cdot 10^9$ og $2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^6$ gir begge 8 000 000 000 og bruker til sammen åtte forskjellige av de ti tallene.

Oppgave 5 (2 poeng)

Regel (addisjon av tall på standardform): skriv alle ledd med samme eksponent før de legges sammen.

Vi summerer de tre celletypene:

$$7 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^{12} + 3 \cdot 10^{11}$$

Skriver om til samme eksponent for å legge sammen:

$$= 0,007 \cdot 10^{12} + 5 \cdot 10^{12} + 0,3 \cdot 10^{12} = 5,307 \cdot 10^{12}$$

Det er til sammen ca. $5,307 \cdot 10^{12}$ blodceller i en liter blod.

Oppgave 6 (2 poeng)

a) Figurene er ikke fylte kvadrater, de har et hull i midten. Men de kan deles opp i tre deler som hver er lette å telle, og som alle vokser med figurnummeret n :

1. et fylt kvadrat med n ruter i bredden og n ruter i høyden, altså $n \cdot n = n^2$ ruter
2. en loddrett kolonne med n ruter langs høyre side
3. en trapp som går skrått nedover, med $n + 1$ ruter

Vi sjekker oppdelingen mot de tre figurene vi ser:

Figur	Kvadrat	Kolonne	Trapp	Til sammen
1	$1 \cdot 1 = 1$	1	2	4
2	$2 \cdot 2 = 4$	2	3	9
3	$3 \cdot 3 = 9$	3	4	16

Oppdelingen stemmer med alle tre figurene. For figur 5 blir kvadratet $5 \cdot 5$, kolonnen 5 ruter og trappa 6 ruter:

$$5 \cdot 5 + 5 + 6 = 25 + 11 = 36$$

Det er 36 små grønne kvadrater i figur 5.

b) Vi bruker samme oppdeling generelt. Figur n består av n^2 ruter i kvadratet, n ruter i kolonnen og $n + 1$ ruter i trappa:

$$A(n) = n^2 + n + (n + 1) = \underline{n^2 + 2n + 1}$$

Dette uttrykket kan også skrives kortere, siden $n^2 + 2n + 1$ er kvadratet av $n + 1$:

$$A(n) = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$$

Kontroll med formelen: $A(5) = 5^2 + 2 \cdot 5 + 1 = 25 + 10 + 1 = 36$, som stemmer med svaret i a).

Oppgave 7 (3 poeng)

Programmet i oppgaven er:

```
konto = 120000      # startbeløp Lars har spart
sparebeløp = 24000  # beløp som settes inn hvert år
vekstfaktor = 1.058 # årlig rente på 5,8 %, som vekstfaktor
år = 0              # teller antall år som har gått

while konto < 1000000:      # gjentar helt til kontoen når 1 million
    konto = konto + sparebeløp # setter inn årets sparebeløp
    konto = konto * vekstfaktor # legger til rente på hele kontoen
    år = år + 1              # ett år har gått

print(år)      # skriver ut antall år det tok
print(konto)   # skriver ut beløpet på kontoen da
```

Skriv ut-vindu (det programmet faktisk skriver ut når det kjøres):

```
17
1016759.6984089151
```

Kontoen starter på 120 000 kroner. Så lenge kontoen er under 1 000 000 kroner, gjentar programmet tre ting: legger til sparebeløpet på 24 000 kroner, ganger hele kontobeløpet med

vekstfaktoren 1,058 (altså 5,8 % rente på både gammel saldo og nytt innskudd), og teller opp antall år med 1. Når kontoen når 1 000 000 kroner, stopper løkken, og programmet skriver ut hvor mange år det tok og hvor mye penger som da står på kontoen.

Programmet forteller Lars hvor mange år det tar før sparingen hans når 1 000 000 kroner, gitt at han sparer 24 000 kroner i året og får 5,8 % rente: 17 år , med ca. 1 016 760 kr på kontoen da.

Oppgave 8 (4 poeng)

Formel (stigningstall): $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

a) Modellen er lineær: $G(x) = ax + b$, og grafen går gjennom $(5, 90)$ og $(20, 270)$.

$$a = \frac{270 - 90}{20 - 5} = \frac{180}{15} = \underline{12}$$

Setter inn punktet $(5, 90)$ for å finne b :

$$90 = 12 \cdot 5 + b \implies b = 90 - 60 = \underline{30}$$

$a = 12$ og $b = 30$, altså $G(x) = 12x + 30$.

b) $a = 12$ er prisen i kroner per hektogram godteri.

$b = 30$ er prisen på selve bøtta (uten godteri), altså det Nora betaler uansett hvor mye godteri hun fyller i.

c)

$$G(8) = 12 \cdot 8 + 30 = 96 + 30 = \underline{126}$$

En bøtte med 8 hg godteri koster 126 kr .

DEL 2 – Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Formel (modell gitt i oppgaven): $K(x) = 27,8 \cdot 1,2^x$, der x er antall måneder etter desember 2022.

a) Sjekker mot tabellverdiene. Siden x teller måneder etter desember 2022, er januar 2023 lik $x = 1$ og oktober 2024 lik $x = 22$:

$$K(1) = 27,8 \cdot 1,2^1 = \underline{33,4}$$

Tabellen oppgir 29 for januar 2023, altså nær nok til at modellen er rimelig, gitt naturlig variasjon i faktiske smittetall.

$$K(22) = 27,8 \cdot 1,2^{22} \approx \underline{1535}$$

Tabellen oppgir 1657 for oktober 2024. Modellverdien ligger ca. 7 % under tabellverdien, og modellen treffer dermed godt også nesten to år ut i perioden.

Modellen $K(x) = 27,8 \cdot 1,2^x$ beskriver godt den eksponentielle veksttrenden i tabellen, selv om enkeltmånedene avviker noe.

b) Vekstfaktoren er 1,2, som svarer til en økning på 20 %.

Tallet 1,2 forteller at antallet registrerte tilfeller av kikhoste øker med ca. 20 % fra én måned til den neste, ifølge modellen.

c) Formel (stigningstall): $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Regner ut $K(4)$ og $K(21)$, som blir våre to punkter (x_1, y_1) og (x_2, y_2) :

$$K(4) = 27,8 \cdot 1,2^4 \approx \underline{57,6}$$

$$K(21) = 27,8 \cdot 1,2^{21} \approx \underline{1278,9}$$

Stigningstallet til den rette linjen mellom punktene $(4, 57,6)$ og $(21, 1278,9)$:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1278,9 - 57,6}{21 - 4} = \frac{1221,3}{17} \approx 71,8$$

Stigningstallet er ca. 71,8. Dette betyr at antall registrerte tilfeller i gjennomsnitt økte med ca. 72 per måned i perioden april 2023–september 2024 ($x = 4$ til $x = 21$).

d) Mai 2025 svarer til $x = 29$ (januar 2025 er $x = 25$, ..., mai 2025 er $x = 29$):

$$K(29) = 27,8 \cdot 1,2^{29} \approx 5499$$

Ifølge modellen vil det bli registrert ca. 5500 tilfeller av kikhoste i mai 2025.

Oppgave 2 (2 poeng)

Artikkelen fra aesby.no opplyser at 40 000 deltakere til sammen gikk nær 1 million turer og tilbakela 3,3 millioner km i årets Stikk UT!, og at dette tilsvarer 83 ganger rundt jorda ifølge Sunnmøre friluftsråds beregning.

a) Formel (gjennomsnitt): $\text{gjennomsnitt} = \frac{\text{total sum}}{\text{antall}}$

Total sum er den totale distansen alle deltakerne gikk til sammen (3,3 mill. km), antall er antall deltakere (40 000):

$$\frac{\text{total sum}}{\text{antall}} = \frac{3\,300\,000 \text{ km}}{40\,000} = \underline{82,5 \text{ km}}$$

Hver deltaker har i gjennomsnitt gått 82,5 km i løpet av sommerens Stikk UT!.

b) Formel: $\text{total distance} = \text{antall runder} \cdot \text{jordas omkrets} \implies \text{jordas omkrets} = \frac{\text{total distance}}{\text{antall runder}}$

Total distance er 3,3 mill. km, antall runder er 83 (ifølge Sunnmøre friluftsråds beregning):

$$\frac{\text{total distance}}{\text{antall runder}} = \frac{3\,300\,000 \text{ km}}{83} \approx \underline{39\,759 \text{ km}}$$

Ifølge Sunnmøre friluftsråds beregning er det ca. 39 759 km rundt jorda (den faktiske omkretsen er ca. 40 075 km, så beregningen deres er nær, men ikke eksakt).

Oppgave 3 (3 poeng)

Tilbud 1: 35 % av salgsbeløpet. Med avispris 49 kr per avis, tjener Elise $0,35 \cdot 49 = 17,15$ kroner per avis solgt, og ingenting fast.

Tilbud 2: Fast 150 kr + 10 kr per avis solgt.

Likning (finn hvor mange aviser n gir samme lønn): $T_1(n) = T_2(n)$

$$17,15n = 150 + 10n$$

$$7,15n = 150$$

$$n \approx \underline{21}$$

Ved færre enn ca. 21 solgte aviser lønner tilbud 2 seg best (garantert fast beløp + litt per avis). Ved flere enn ca. 21 solgte aviser lønner tilbud 1 seg best, fordi provisjonen da vokser raskere enn det faste tillegget.

Hvis Elise realistisk forventer å selge mer enn ca. 21 aviser per lørdag, bør hun velge tilbud 1 . Forventer hun å selge færre, bør hun velge tilbud 2 .

Oppgave 4 (2 poeng)

Formel (pris uten rabatt): $\text{pris uten rabatt} = \frac{\text{pris med rabatt}}{1 - \text{rabattandel}}$

Pris med rabatt er prisen per avis slik den faktisk betales i tilbudet (f.eks. 99 kr for 4 aviser, altså 99/4 kr per avis), rabattandel er den oppgitte spareprosenten omgjort til desimaltall (f.eks. 49 % = 0,49):

$$4 \text{ for } 99 \text{ kr, spar } 49\%: \frac{\text{pris med rabatt}}{1 - \text{rabattandel}} = \frac{99/4}{1 - 0,49} = \frac{24,75}{0,51} \approx \underline{48,53 \text{ kr}}$$

$$12 \text{ for } 449 \text{ kr, spar } 24\%: \frac{449/12}{1 - 0,24} = \frac{37,42}{0,76} \approx \underline{49,23 \text{ kr}}$$

$$24 \text{ for } 799 \text{ kr, spar } 32\%: \frac{799/24}{1 - 0,32} = \frac{33,29}{0,68} \approx \underline{48,96 \text{ kr}}$$

$$52 \text{ for } 1399 \text{ kr, spar } 45\%: \frac{1399/52}{1 - 0,45} = \frac{26,90}{0,55} \approx \underline{48,92 \text{ kr}}$$

De fire beregningene gir alle en fullpris nær 49 kroner, noe som styrker at dette er riktig fullpris.

Dagbladet Lørdag koster trolig 49 kr uten rabatt.

Oppgave 5 (2 poeng)

Anne vurderer to typer terrassebord av furu, begge priset per løpemeter:

- Furu 28×145 (tykkelse 28 mm, bredde 145 mm): 67,90 kr/m
- Furu 28×95 (tykkelse 28 mm, bredde 95 mm): 49,90 kr/m

Formel (pris per kvadratmeter): $\text{pris per m}^2 = \frac{\text{pris per løpemeter}}{\text{bredde i meter}}$

Pris per løpemeter er oppgitt direkte (67,90 kr/m og 49,90 kr/m), bredde i meter er bordets bredde omgjort fra millimeter (145 mm = 0,145 m, 95 mm = 0,095 m):

$$\text{Furu } 28 \times 145: \frac{\text{pris per løpemeter}}{\text{bredde i meter}} = \frac{67,90 \text{ kr/m}}{0,145 \text{ m}} \approx \underline{468,28 \text{ kr/m}^2}$$

$$\text{Furu } 28 \times 95: \frac{\text{pris per løpemeter}}{\text{bredde i meter}} = \frac{49,90 \text{ kr/m}}{0,095 \text{ m}} \approx \underline{525,26 \text{ kr/m}^2}$$

Furu 28×145 koster ca. 468 kr/m², og Furu 28×95 koster ca. 525 kr/m². Det bredere bordet (28×145) er altså billigst per kvadratmeter, selv om det koster mer per løpemeter.

Oppgave 6 (6 poeng)

Formel (volum): $V = \pi r^2 h$ **Formel (overflate):** $O = \pi r^2 + 2\pi r h$

a) Volumet skal alltid være 450 cm³. Løser volumformelen for høyden:

$$h = \frac{450}{\pi r^2}$$

For $r = 4$: $h \approx \underline{8,95}$ cm

For $r = 6$: $h \approx \underline{3,98}$ cm

For $r = 8$: $h \approx \underline{2,24}$ cm

Setter inn i overflateformelen:

For $r = 4$: $O = \pi \cdot 16 + 2\pi \cdot 4 \cdot 8,95 \approx 50,3 + 225,0 \approx \underline{275,3 \text{ cm}^2}$

For $r = 6$: $O = \pi \cdot 36 + 2\pi \cdot 6 \cdot 3,98 \approx 113,1 + 150,0 \approx \underline{263,1 \text{ cm}^2}$

For $r = 8$: $O = \pi \cdot 64 + 2\pi \cdot 8 \cdot 2,24 \approx 201,1 + 112,5 \approx \underline{313,6 \text{ cm}^2}$

r (cm)	h (cm)	O (cm ²)	V (cm ³)
2	35,8	462,6	450
4	8,95	275,3	450
6	3,98	263,1	450
8	2,24	313,6	450

b) Setter inn $h = \frac{450}{\pi r^2}$ i overflateformelen:

$$\underline{O(r) = \pi r^2 + \frac{900}{r}}$$

Grafen til $O(r)$ har et minimum et sted mellom $r = 4$ og $r = 6$, ut fra tabellverdiene over.

c) Bruker GeoGebra til å finne minimumspunktet på grafen til $O(r) = \pi r^2 + 900/r$: skriver inn funksjonen i Grafikk-feltet, og bruker kommandoen `Ekstremalpunkt(0, 0, 10)` for å finne bunnpunktet på den aktuelle delen av grafen.

	$O(r) = \pi r^2 + \frac{900}{r}$	
	$B = \text{Ekstremalpunkt}(O, 0, 10) \quad \vdots$ $= (5.23, 258.02)$	



GeoGebra gir minimumspunktet $(5.23, 258.02)$.

Radiusen bør være ca. 5,2 cm for at overflaten skal bli minst mulig. Da blir overflaten ca. 258 cm².

Oppgave 7 (3 poeng)

Antar 20 skoledager i måneden. Kjøper Sofie bagett i kantina hver dag:

$$65 \cdot 20 = \underline{1300} \text{ kr per måned}$$

Oppgaven oppgir faktiske priser fra en dagligvarebutikk (per enhet/pakke). Det som må antas, er hvor mye av hver vare Sofie bruker per bagett. Det gjør vi slik:

Ingrediens	Antatt mengde per bagett	Pakke/pris
Baguett	1 stk (150 g)	2 stk (300 g) for 19,90 kr
Smør	10 g	250 g for 36,90 kr
Ost (Norvegia)	20 g	500 g for 83,00 kr
Skinke (Kokt skinke ekte)	20 g	110 g for 32,30 kr
Tomat	¼ stk	4,29 kr per stk
Salat (Crispi salat)	10 g	150 g for 20,00 kr

For 20 bagetter trenger hun 20 baguetter, 200 g smør, 400 g ost, 400 g skinke, 5 tomater og 200 g salat. Siden man må kjøpe hele pakker, blir innkjøpet:

$$\text{Baguetter: } 20 \text{ stk} \div 2 \text{ stk/pakke} = 10 \text{ pakker} \implies 10 \cdot 19,90 = 199,00 \text{ kr}$$

$$\text{Smør: } 200 \text{ g} \leq 250 \text{ g} \implies 1 \text{ pakke} = 36,90 \text{ kr}$$

$$\text{Ost: } 400 \text{ g} \leq 500 \text{ g} \implies 1 \text{ pakke} = 83,00 \text{ kr}$$

$$\text{Skinke: } 400 \text{ g} \div 110 \text{ g/pakke} \implies 4 \text{ pakker} = 4 \cdot 32,30 = 129,20 \text{ kr}$$

$$\text{Tomat: } 5 \text{ stk} \cdot 4,29 = 21,45 \text{ kr}$$

$$\text{Salat: } 200 \text{ g} \div 150 \text{ g/pakke} \implies 2 \text{ pakker} = 2 \cdot 20,00 = 40,00 \text{ kr}$$

$$199,00 + 36,90 + 83,00 + 129,20 + 21,45 + 40,00 = \underline{509,55 \text{ kr}}$$

Ved å kjøpe ingrediensene selv og smøre bagettene hjemme, vil Sofie bruke ca. 510 kr i stedet for 1300 kroner per måned, en besparelse på ca. 790 kr per måned.

(Merk: mengden per bagett er en antakelse, slik oppgaven ber om. Et annet rimelig mengdevalg vil gi et litt annet kronebeløp, men besparelsen vil uansett være betydelig, siden kantinebagetten koster mer enn dobbelt så mye som råvarene per bagett.)

© 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.