

Løsningsforslag — Eksamen 1P Høst 2022 (MAT1019)

DEL 1 – Uten hjelpemidler

Oppgave 1

Formel (eiendomsskatt): eiendomsskatt = likningsverdi · sats

a) Likningsverdien er 2 500 000 kr, og satsen i 2022 er 3,0 ‰ = 0,0030:

$$2\,500\,000 \cdot 0,0030 = \underline{7\,500} \text{ kr}$$

Familien Hansen betaler 7 500 kr i eiendomsskatt i 2022.

b) Prosentpoeng måles i prosent, ikke promille, så satsene må først skrives om fra ‰ til %. Siden 1 promille tilsvarer 0,1 %:

$$3,0 \text{ ‰} = \underline{0,30 \%}, \text{ og } 3,5 \text{ ‰} = \underline{0,35 \%}$$

Endringen i prosentpoeng er differansen mellom de to prosentsatsene:

$$0,35 \% - 0,30 \% = \underline{0,05 \text{ prosentpoeng}}$$

Økningen fra 2022 til 2023 er på 0,05 prosentpoeng.

Oppgave 2

Formel (maks tillatt bebygd areal): maks areal = tomteareal · andel

Tomten er på 600 m², og David kan maksimalt bebygge 30 % av arealet:

$$600 \cdot 0,30 = \underline{180} \text{ m}^2$$

Formel (areal av rektangel, garasjen): $A = \text{bredde} \cdot \text{lengde}$

Garasjen har bredde 6 m og lengde 8 m:

$$A_{\text{garasje}} = 6 \cdot 8 = \underline{48} \text{ m}^2$$

Samlet grunnflate for bolig og garasje er summen av boligens og garasjens areal:

$$A_{\text{total}} = 140 + 48 = \underline{188} \text{ m}^2$$

Dette sammenlignes med det maksimalt tillatte arealet på 180 m^2 :

$$188 \text{ m}^2 > 180 \text{ m}^2$$

Det er ikke mulig for David å bygge både huset og garasjen på tomten, fordi de to byggene til sammen dekker 188 m^2 , mens reguleringsplanen kun tillater bebyggelse på inntil 180 m^2 , altså en overskridelse på 8 m^2 .

Oppgave 3

a) For hvert av de fem punktene på grafen er y -verdien kvadratroten av x -verdien: $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{81} = 9$ og $\sqrt{100} = 10$. I tillegg går grafen gjennom origo, er stigende og konkav (flater gradvis ut), nettopp formen til en kvadratrotfunksjon.

Et mulig funksjonsuttrykk er $f(x) = \sqrt{x}$.

b) Setter inn de oppgitte x -verdiene i $f(x) = \sqrt{x}$:

$$f(16) = \sqrt{16} = \underline{4}$$

$$f(400) = \sqrt{400} = \underline{20}$$

$$f\left(\frac{9}{4}\right) = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = \underline{1,5}$$

Kvadratrotfunksjonen $f(x) = \sqrt{x}$ er kun definert for $x \geq 0$, siden ingen reelt tall opphøyd i andre gir et negativt resultat.

$f(-25)$ er ikke mulig å bestemme, fordi -25 ligger utenfor definisjonsområdet til f (som er $x \geq 0$).

Oppgave 4

a) Formel (stigningstall): $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Linjen går gjennom punktene $(42, 159)$ og $(142, 538)$, der x er antall US gallon og y er antall liter:

$$a = \frac{538 - 159}{142 - 42} = \frac{379}{100} = \underline{3,79}$$

Stigningstallet er $3,79$. Dette betyr at 1 US gallon tilsvarer ca. 3,79 liter. Stigningstallet er selve omregningsfaktoren mellom gallon og liter.

b) Ett fat tilsvarer 42 US gallon, og etterspørselen er 100 millioner fat per dag:

$$100 \cdot 10^6 \cdot 42 = \underline{4,2 \cdot 10^9} \text{ US gallon per dag}$$

Formel (omregning gallon til liter, fra a): antall liter = antall gallon $\cdot a$

$$4,2 \cdot 10^9 \cdot 3,79 \approx \underline{1,6 \cdot 10^{10}} \text{ liter}$$

Etterspørselen etter råolje i 2022 tilsvarer ca. $1,6 \cdot 10^{10}$ liter per dag.

DEL 2 – Med hjelpemidler

Oppgave 1

Modellen er $T(x) = 3,5 + 34,5 \cdot 0,87^x$, der $T(x)$ er temperaturen i $^{\circ}\text{C}$ og x er antall timer etter at strømmen ble slått av.

a) Temperaturen når strømmen slås av, er $T(0)$:

$$T(0) = 3,5 + 34,5 \cdot 0,87^0 = 3,5 + 34,5 \cdot 1 = \underline{38}^{\circ}\text{C}$$

Temperaturen i vannet er 38°C når strømmen blir slått av.

b) Løser ulikheten $T(x) < 20$:

$$3,5 + 34,5 \cdot 0,87^x < 20$$

$$34,5 \cdot 0,87^x < 16,5$$

$$0,87^x < \frac{16,5}{34,5} \approx 0,4783$$

Tar logaritmen på begge sider (eller løser grafisk/med CAS i GeoGebra):

$$x > \frac{\ln(0,4783)}{\ln(0,87)} \approx \underline{5,3}$$

Det vil ta ca. 5,3 timer (ca. 5 timer og 18 minutter) før temperaturen i vannet er under 20 °C.

c) Formel (stigningstall): $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{T(4) - T(0)}{4 - 0}$

Regner ut $T(4)$:

$$T(4) = 3,5 + 34,5 \cdot 0,87^4 \approx 3,5 + 19,76 = \underline{23,26} \text{ °C}$$

Fra a) er $T(0) = 38 \text{ °C}$. Stigningstallet til linjen gjennom $(0, 38)$ og $(4, 23,26)$:

$$a = \frac{23,26 - 38}{4 - 0} = \frac{-14,74}{4} \approx \underline{-3,68} \text{ °C/time}$$

Stigningstallet er ca. $-3,68 \text{ °C/time}$. Dette betyr at temperaturen i vannet i gjennomsnitt synker med ca. $3,68 \text{ °C}$ per time i løpet av de fire første timene etter at strømmen ble slått av.

d) Modellen er en avtakende eksponentialfunksjon, der temperaturfallet per time avtar jo lenger tid som har gått (grafene flater gradvis ut mot $3,5 \text{ °C}$). Det største temperaturfallet i løpet av én time skjer derfor helt i starten, fra $x = 0$ til $x = 1$:

$$T(1) = 3,5 + 34,5 \cdot 0,87^1 = \underline{33,515} \text{ °C}$$

$$T(0) - T(1) = 38 - 33,515 = \underline{4,485} \text{ °C}$$

Siden dette er det største mulige temperaturfallet i løpet av én time (alle senere timeintervaller gir et mindre fall, fordi funksjonen flater ut), og $4,485 \text{ °C} < 5 \text{ °C}$:

Temperaturen i vannet vil aldri synke med mer enn 5 °C i løpet av én time. Det største fallet på én time er ca. $4,5 \text{ °C}$, og det skjer helt i starten.

e) Når x blir stor, går $0,87^x$ mot 0, og $T(x)$ går mot 3,5. Konstantleddet 3,5 er dermed den temperaturen vannet nærmer seg, men aldri kommer under, etter lang tid.

Tallet 3,5 i modellen representerer den temperaturen (°C) vannet stabiliserer seg på på lang sikt, altså temperaturen i omgivelsene rundt bassenget.

Oppgave 2

Formler (likningssystem): La x være antall leiligheter med to rom, og y antall leiligheter med tre rom.

- Likning I (antall leiligheter): $x + y = 40$
- Likning II (antall rom): $2x + 3y = 90$

Løser med innsetningsmetoden. Fra Likning I: $x = 40 - y$. Setter dette inn i Likning II:

$$2(40 - y) + 3y = 90$$

$$80 - 2y + 3y = 90$$

$$80 + y = 90$$

$$y = \underline{10}$$

Setter $y = 10$ inn i $x = 40 - y$:

$$x = 40 - 10 = \underline{30}$$

Kontroll: 30 leiligheter med to rom gir $2 \cdot 30 = 60$ rom, 10 leiligheter med tre rom gir $3 \cdot 10 = 30$ rom, til sammen $60 + 30 = 90$ rom. ✓

Bygården har 30 leiligheter med to rom **og** 10 leiligheter med tre rom.

Oppgave 3

Regel (proporsjonalitet): to størrelser er *proporsjonale* dersom $y = k \cdot x$ (rett linje gjennom origo), og *omvendt proporsjonale* dersom $y = k/x$ (avtakende hyperbelgren). Passer forholdet ingen av delene, er størrelsene verken proporsjonale eller omvendt proporsjonale.

a) Grafen viser en avtakende, konveks kurve (hyperbelform) som starter bratt ved lav tid/høy fart og flater ut mot en fartsverdi som aldri når null, selv ved høy tid. Dette er nettopp formen $y = k/x$.

Fart og tid er omvendt proporsjonale størrelser i den grafiske framstillingen.

b) Huskeregelen sier at når farten doubles ($x \rightarrow 2x$), firedobles bremselengden ($y \rightarrow 4y$). Ved proporsjonalitet ville en dobling av farten gitt en dobling av bremselengden, og ved omvendt proporsjonalitet ville en dobling av farten gitt en halvering. Siden bremselengden i stedet

firedobles, passer forholdet med ingen av de to, men med en kvadratisk sammenheng ($y = k \cdot x^2$).

Fart og bremselengde er verken proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser ifølge denne huskeregelen.

c) Formelen $C = (F - 32)/1,8$ er en lineær sammenheng, men linjen går ikke gjennom origo: når $F = 0$, blir $C = -32/1,8 \approx -17,8 \neq 0$. En proporsjonal sammenheng krever at $C = 0$ når $F = 0$, og en omvendt proporsjonal sammenheng krever formen $C = k/F$, som heller ikke stemmer her.

Grader celsius og grader fahrenheit er verken proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser.

Oppgave 4

a) Gjerdet er 64 m langt, altså er omkretsen av rektangelet 64 m. Med sidekanter a og b er $2a + 2b = 64$, det vil si $a + b = 32$. Setter opp en oversikt over ulike rektangler med denne omkretsen, med areal $A = a \cdot b$:

a (m)	4	8	12	16	20	24	28
$b = 32 - a$ (m)	28	24	20	16	12	8	4
Areal $A = a \cdot b$ (m ²)	112	192	240	<u>256</u>	240	192	112

Oversikten viser at arealet øker fram til $a = b = 16$ (kvadrat), der arealet blir størst med 256 m², og deretter avtar igjen symmetrisk, og dette støtter Per sin påstand om at arealet blir størst når alle sidekantene er like lange.

b) Lar x være lengden av den ene sidekanten. Siden $a + b = 32$, er den andre sidekanten $32 - x$. Arealet som funksjon av x blir da

$$A(x) = x(32 - x) = 32x - x^2$$

Dette er en andregradsfunksjon med $a = -1$, $b = 32$ og $c = 0$. Grafen er en parabel som vender grenene nedover, med toppunkt ved

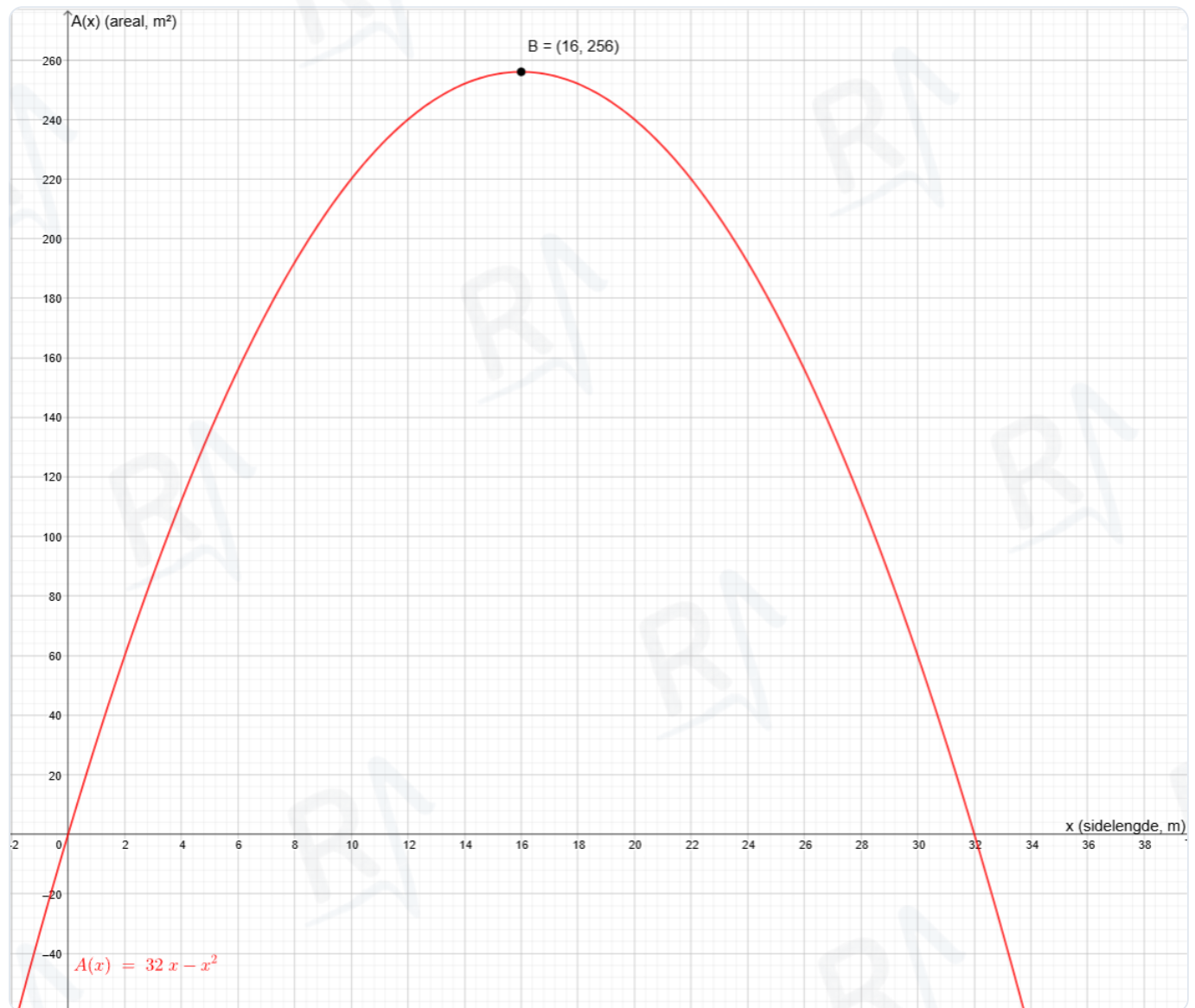
$$x_{\text{topp}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{32}{2 \cdot (-1)} = 16$$

$$A(16) = 32 \cdot 16 - 16^2 = 512 - 256 = \underline{256}$$

Grafen til $A(x) = 32x - x^2$ er en parabel med toppunkt $(16, 256)$, som stemmer med tabellen i a).

Funksjonsuttrykket $A(x) = x(32 - x)$ viser at arealet er størst, 256 m^2 , når $x = 16 \text{ m}$, altså når rektangelet er et kvadrat. Dette bekrefter at Per sin påstand er riktig.

Alternativ metode (GeoGebra): Funksjonen $A(x) = 32x - x^2$ testes inn i CAS/algebrafeltet i GeoGebra. Ekstremalpunktet finnes med kommandoen `Ekstremalpunkt(A)`, som gir toppunktet $(16, 256)$ direkte, i tråd med resultatet over.



Oppgave 5

Programmet definerer $f(x) = 3x - 15$ og går gjennom heltallene $x = 0, 1, \dots, 10$, og skriver ut x hver gang $f(x) = 0$.

a) Lars ønsker å finne ut for hvilken (eller hvilke) x i intervallet $[0, 10]$ likningen $f(x) = 0$, altså $3x - 15 = 0$, er oppfylt. Løser likningen for kontroll:

$$3x - 15 = 0 \implies x = \underline{5}$$

Siden $x = 5$ er et heltall i løkkas intervall, vil programmet skrive ut nettopp dette tallet én gang.

Resultatet av å kjøre programmet blir at tallet 5 skrives ut.

b) Med $f(x) = x^2 - 6x + 8$ faktoriseres uttrykket som $f(x) = (x - 2)(x - 4)$, som er null for $x = 2$ og $x = 4$. Begge er heltall i løkkas intervall $[0, 10]$.

Programmet vil skrive ut 2 og deretter 4 (i to separate print-linjer, siden løkka fortsetter etter første treff).

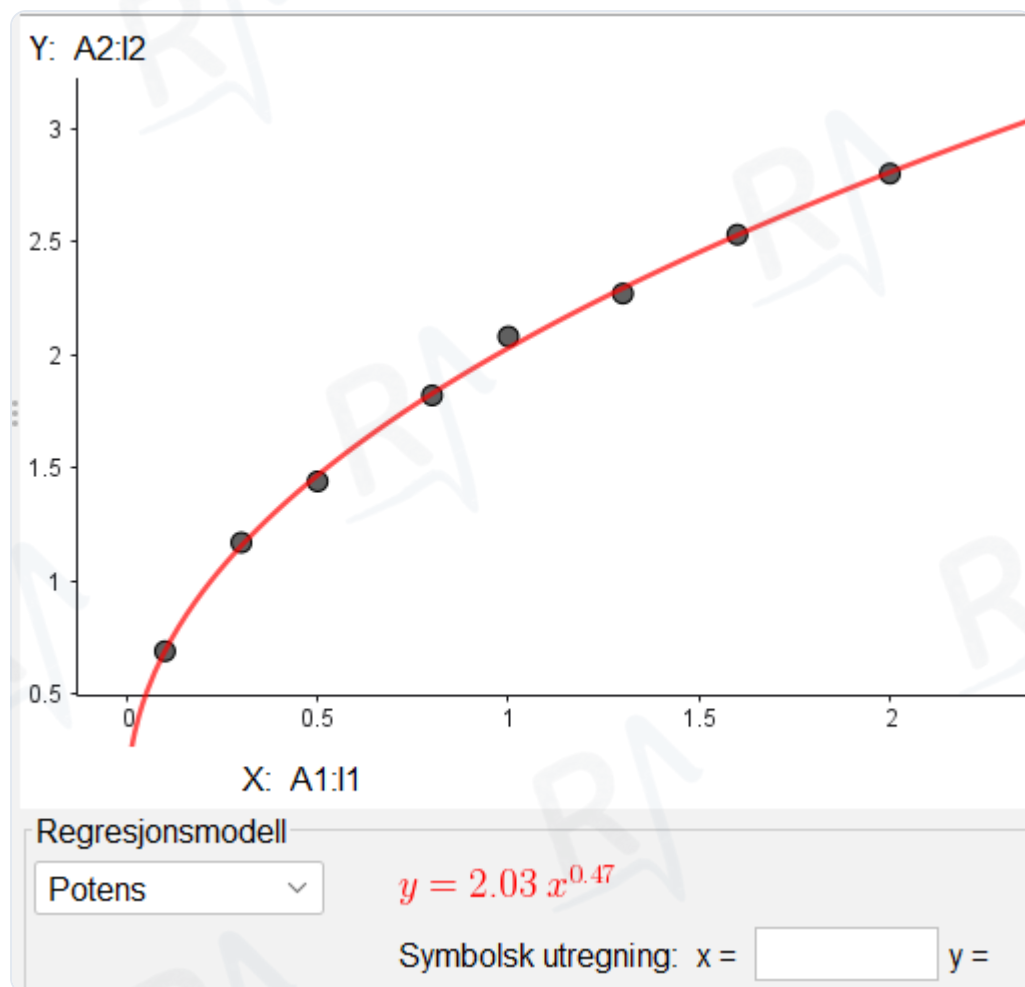
c) Med $f(x) = x^2 - 144$ er $f(x) = 0$ for $x^2 = 144$, altså $x = 12$ eller $x = -12$. Løkka går i dag kun over $x = 0, 1, \dots, 10$ (`while x <= 10`), og starter dessuten på $x = 0$, så verken den positive roten ($x = 12$) eller den negative roten ($x = -12$) blir noen gang testet.

Lars må endre programmet slik at x -intervallet dekker begge røttene, for eksempel starte løkka på et negativt tall (f.eks. $x = -15$) og endre betingelsen til `while x <= 15` (eller et annet grensetall ≥ 12), slik at både $x = -12$ og $x = 12$ blir testet.

Oppgave 6

a) Modellen skal ha formen $S(x) = a \cdot x^b$. Bruker GeoGebra: legger de åtte verdiparene fra tabellen inn i regnearket, markerer punktene, og bruker kommandoen for potensregresjon (`Regresjon` med potens-modell) til å tilpasse $S(x) = a \cdot x^b$ til datapunktene.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Snorlengde(meter)	0.1	0.3	0.5	0.8	1	1.3	1.6	2
2	Svingetid (sekund)	0.69	1.17	1.44	1.82	2.08	2.27	2.53	2.8



Regresjonen gir

$$a \approx \underline{2,03}, \quad b \approx \underline{0,468}$$

Sjekker modellen mot et par av tabellverdiene, for eksempel $x = 0,5$ og $x = 2,0$:

$$S(0,5) = 2,03 \cdot 0,5^{0,468} \approx 1,47 \text{ s} \quad (\text{tabell: } 1,44 \text{ s})$$

$$S(2,0) = 2,03 \cdot 2,0^{0,468} \approx 2,81 \text{ s} \quad (\text{tabell: } 2,80 \text{ s})$$

Modellen treffer tabellverdiene godt.

Modellen blir $S(x) = 2,03 \cdot x^{0,468}$.

b) Formelen $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ kan skrives om ved å flytte de konstante faktorene utenfor kvadratroten:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{L}$$

Setter inn $g = 9,81 \text{ m/s}^2$:

$$\frac{2\pi}{\sqrt{9,81}} = \frac{2\pi}{3,132} \approx \underline{2,01}$$

Siden $\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \approx 2,01 \approx 2$, kan formelen forenkles til $T \approx 2\sqrt{L}$, som skulle vises.

c) Modellen fra a), $S(x) = 2,03 \cdot x^{0,468}$, har koeffisient $a \approx 2,03$ og eksponent $b \approx 0,468$. Den fysiske formelen fra b), $T \approx 2\sqrt{L} = 2 \cdot L^{0,5}$, har koeffisient 2 og eksponent 0,5.

De to uttrykkene stemmer godt overens: koeffisienten i regresjonsmodellen (2,03) ligger nær koeffisienten i den fysiske formelen (2), og eksponenten i regresjonsmodellen (0,468) ligger nær eksponenten i den fysiske formelen (0,5). Dette bekrefter at den datadrevne modellen fra forsøket samsvarer godt med den fysiske sammenhengen mellom snorlengde og svingetid.

Oppgave 7

Sofie sin fart og forbruk hittil (etter 3 minutter): 32 kcal brukt og 0,38 km løpt. Antar at farten og forbrenningsraten holder seg konstant i beregningene under, siden oppgaven ikke oppgir noe annet.

Formel (kaloriforbruk ved konstant rate): $\text{kcal} = \frac{\text{kcal per 3 min}}{3 \text{ min}} \cdot \text{antall minutter}$

Kalorier brukt på én time (60 minutter):

$$\frac{32}{3} \cdot 60 = \underline{640} \text{ kcal}$$

Formel (strekning ved konstant fart): $\text{strekning} = \frac{\text{strekning per 3 min}}{3 \text{ min}} \cdot \text{antall minutter}$

Strekning løpt på 12 minutter:

$$\frac{0,38}{3} \cdot 12 = \underline{1,52} \text{ km}$$

Formel (fart): $v = \frac{\text{strekning}}{\text{tid}}$

Farten som kreves for å løpe 2200 m på 12 minutter (= 0,2 timer):

$$v = \frac{2,2 \text{ km}}{0,2 \text{ t}} = \underline{11} \text{ km/h}$$

Til sammenligning er Sofies nåværende fart

$$v_{\text{nå}} = \frac{0,38 \text{ km}}{3/60 \text{ t}} = \frac{0,38}{0,05} = \underline{7,6} \text{ km/h}$$

Formel (kaloriforbruk per kilometer): $\text{kcal/km} = \frac{\text{kcal brukt}}{\text{km løpt}}$

$$\frac{32}{0,38} \approx \underline{84,2} \text{ kcal/km}$$

Formel (kalorier i en mengde sjokolade): $\text{kcal} = \frac{\text{kcal per 100 g}}{100 \text{ g}} \cdot \text{antall gram}$

Melkesjokoladen veier 60 g, og 100 g inneholder 550 kcal:

$$\frac{550}{100} \cdot 60 = \underline{330} \text{ kcal}$$

Setter sammen alle svarene Sofie er interessert i, i én oversikt:

Spørsmål	Svar
Kalorier ved 1 times løping (samme fart)	640 kcal
Strekning på 12 minutter (samme fart)	1,52 km
Fart som kreves for 2200 m på 12 min (Cooper-krav)	11 km/h (opp fra dagens fart på 7,6 km/h)
Kalorier brukt per km	ca. 84,2 kcal/km
Kalorier i sjokoladen (60 g)	330 kcal
Kalorier brukt på tredemøllen (3 min)	32 kcal

Sjokoladen inneholder 330 kcal, klart mer enn de 32 kcal Sofie brukte på den tre minutter lange løpeturen på tredemøllen, over ti ganger så mye. For å nå Cooper-testens jentekrav på 2200 m må Sofie øke farten fra dagens 7,6 km/h til 11 km/h.

© 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.