Løsningsforslag — Eksamen 10. trinn Vår 2026 (MAT0015)

DEL 1 – Uten hjelpemidler

Oppgave 1

a) Leser av diagrammet (linjediagram over antall arbeidsledige 15–24-åringer 2018–2024, kurven for menn) ved år 2021:

Omtrent 26 000 menn var arbeidsledige i 2021.

b) Leser av diagrammet ved punktene for kvinner i 2021 og 2022: 23 000 i 2021 og 18 000 i 2022.

Formel (endring): endring = verdi i 2021 − verdi i 2022

$$\text{endring} = 23\,000 - 18\,000 = 5\,000$$

Nedgangen i antall arbeidsledige kvinner fra 2021 til 2022 var omtrent 5 000.

Oppgave 2

a) Høyttaleren koster 640 kr, ned fra 800 kr.

Formel (prosentvis endring): $\text{rabatt i \%} = \frac{\text{endring}}{\text{opprinnelig pris}} \cdot 100\,\%$

Endringen er differansen mellom opprinnelig og ny pris (800 kr − 640 kr = 160 kr), opprinnelig pris er 800 kr:

$$\frac{\text{endring}}{\text{opprinnelig pris}} \cdot 100\,\% = \frac{800 - 640}{800} \cdot 100\,\% = \frac{160}{800} \cdot 100\,\% = 20\,\%$$

De andre svaralternativene stemmer ikke: 16 % ville gitt en rabatt på 128 kr (ny pris 672 kr), 25 % ville gitt 200 kr i rabatt (ny pris 600 kr), og 80 % ville gitt en ny pris på bare 160 kr. Kun 20 % gir riktig ny pris på 640 kr.

Rabatten er 20 \%.

b) Ny pris er 660 kr etter 40 % rabatt, altså betaler kunden 60 % av opprinnelig pris.

Formel (pris uten rabatt): $\text{pris uten rabatt} = \frac{\text{pris med rabatt}}{1 - \text{rabattandel}}$

Pris med rabatt er 660 kr, rabattandelen er 40 % = 0,40:

$$\frac{\text{pris med rabatt}}{1 - \text{rabattandel}} = \frac{660}{1 - 0{,}40} = \frac{660}{0{,}60} = 1100$$

Høyttaleren kostet 1 100 kroner før rabatten ble trukket fra.

Oppgave 3

a) Tabellen viser tallene 2, 6, 12, 20 for Tall 1–4. Differansen mellom naboledd øker med 2 for hvert steg (4, 6, 8, ...), så neste differanser blir 10 og 12:

$$\text{Tall } 5 = 20 + 10 = 30 \qquad \text{Tall } 6 = 30 + 12 = 42$$

De to neste tallene i mønsteret er 30 og 42.

b) Ser vi på tallene som produkter: $2 = 1 \cdot 2$, $6 = 2 \cdot 3$, $12 = 3 \cdot 4$, $20 = 4 \cdot 5$. Tall nummer n er altså produktet av n og $n + 1$.

Formel (tallmønsteret): $\text{Tall}(n) = n \cdot (n + 1)$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Sjekker for tall 4 ($n = 4$):

$$\text{Tall}(4) = 4 \cdot (4 + 1) = 4 \cdot 5 = 20$$

Dette stemmer med tabellverdien 20 for Tall 4.

$\text{Formelen er Tall}(n) = n(n+1)\text{, og den stemmer for tall 4, som gir 20.}$

Oppgave 4

La s være sidelengden i den opprinnelige, kvadratiske plantekassen.

Formel (areal av rektangel): $A = \text{lengde} \cdot \text{bredde}$

Opprinnelig areal (kvadrat med side s):

$$A_{\text{gammel}} = s \cdot s = s^2$$

Den nye kassen er dobbelt så lang ($2s$) og 1,5 ganger så bred ($1{,}5s$):

$$A_{\text{ny}} = 2s \cdot 1{,}5s = 3s^2$$

Forholdet mellom nytt og gammelt areal:

$$\frac{A_{\text{ny}}}{A_{\text{gammel}}} = \frac{3s^2}{s^2} = 3$$

Arealet av den nye plantekassen blir 3 ganger så stort som det opprinnelige, uansett hvor stor den opprinnelige kassen var.

Oppgave 5

La b = prisen på én barnebillett, og v = prisen på én voksenbillett, begge i kroner.

Likning I (familie 1, tre barn og to voksne): $3b + 2v = 2850$ **Likning II** (familie 2, to barn og to voksne): $2b + 2v = 2300$

Bruker addisjonsmetoden og trekker Likning II fra Likning I (de to voksen-leddene, $2v$, kansellerer):

$$(3b + 2v) - (2b + 2v) = 2850 - 2300$$

$$b = 550$$

Setter $b = 550$ inn i Likning II for å finne v:

$$2 \cdot 550 + 2v = 2300$$

$$1100 + 2v = 2300$$

$$2v = 1200$$

$$v = 600$$

Én voksenbillett koster 600 kroner.

Oppgave 6

Vekten til kalven er målt ved (0, 40), (1, 75), (2, 125), (3, 165), (4, 195), (5, 235) og (6, 280), der første tall er antall måneder og andre tall er vekt i kg.

Formel (stigningstall): $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Bruker første og siste punkt, $(x_1, y_1) = (0, 40)$ og $(x_2, y_2) = (6, 280)$:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{280 - 40}{6 - 0} = \frac{240}{6} = 40$$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

(Som en kontroll: summerer vi de seks månedlige vektøkningene (35, 50, 40, 30, 40, 45 kg) og deler på 6 måneder, får vi også $240/6 = 40$ kg/måned i gjennomsnitt, selv om veksten varierer noe fra måned til måned og ikke er helt lineær.)

Stigningstallet er 40 kg per måned; kalven legger i gjennomsnitt på seg 40 kg i vekt for hver måned som går.

Oppgave 7

a) Magnus sin statistikk viser 45 % seier, 35 % remis og 20 % tap.

Formel (komplementærsetningen): $P(\text{ikke tape}) = 1 - P(\text{tape})$

$$P(\text{ikke tape}) = 1 - 0{,}20 = 0{,}80$$

Sannsynligheten for at Magnus ikke taper neste parti er 80 \%.

b) Å trekke bonde er uavhengig fra gang til gang (bonden legges trolig tilbake, eller det trekkes på nytt før hvert parti), og med én hvit og én svart bonde i posen er sannsynligheten for å trekke hvit $\frac{1}{2}$ hver gang.

Formel (uavhengige hendelser): $P(A \text{ og } B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(\text{hvit begge ganger}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Sannsynligheten for at Leon trekker den hvite bonden begge gangene er 25 \%.

Oppgave 8

a) Programmet starter med et sparebeløp på 6 000 kr og en vekstfaktor på 1,10 (altså 10 % årlig rente). Så lenge antall år er mindre enn 5, gjentar løkken tre ting: ganger sparebeløpet med vekstfaktoren (legger til 10 % rente), teller opp antall år med 1, og skriver ut det nye sparebeløpet. Løkken kjører 5 ganger (for år 1 til og med år 5).

Programmet regner ut hvor mye 6 000 kroner vokser til etter hvert av de neste fem årene, med 10 \% årlig rente, og skriver ut beløpet for hvert år.

b) Etter to år har sparebeløpet blitt multiplisert med vekstfaktoren to ganger.

Formel (gjentatt prosentvis vekst): $\text{beløp etter } n \text{ år} = \text{startbeløp} \cdot \text{vekstfaktor}^{\,n}$

Startbeløpet er 6 000 kr, vekstfaktoren er 1,10, og $n = 2$ år:

$$6000 \cdot 1{,}10^2 = 6000 \cdot 1{,}21 = 7260$$

Etter to år har Zara 7 260 kroner.

Oppgave 9

Fotografiet er 15 cm langt, malingen er 60 cm langt. Dette er forstørrelsesforholdet mellom de to formatene.

Formel (målestokk/skala): $\text{skala} = \frac{\text{ny lengde}}{\text{gammel lengde}}$

Ny lengde er lengden på maleriet (60 cm), gammel lengde er lengden på fotografiet (15 cm):

$$\text{skala} = \frac{60}{15} = \underline{4}$$

(Kontroll med bredden: $40/10 = 4$, samme skala, så figuren skaleres proporsjonalt.)

Husveggen er 7 cm på fotografiet, og skal skaleres med samme faktor 4:

$$\text{husvegg på maleriet} = 7 \cdot 4 = 28$$

Husveggen på Elises maleri skal være 28 cm lang.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Oppgave 10

Vi trenger fem heltall der gjennomsnittet er 5, typetallet er 6, medianen er 6, og variasjonsbredden er 5.

Siden medianen (midterste tall når tallene er sortert) er 6, og typetallet (det tallet som forekommer oftest) også er 6, må minst to av tallene være 6, og ett av dem må stå midt i den sorterte rekken. Gjennomsnittet er 5, så summen av de fem tallene må være $5 \cdot 5 = 25$. Variasjonsbredden (største minus minste tall) skal være 5.

Prøver med tallene $2,\ 4,\ 6,\ 6,\ 7$ (allerede sortert):

- **Formel (gjennomsnitt):** $\text{gjennomsnitt} = \frac{\text{sum av tallene}}{\text{antall tall}} = \frac{2+4+6+6+7}{5} = \frac{25}{5} = 5$ ✓
- Median (midterste av fem sorterte tall) $= 6$ ✓
- Typetall (tallet 6 forekommer to ganger, de andre kun én gang hver) $= 6$ ✓
- Variasjonsbredde $= 7 - 2 = 5$ ✓

Tallene 2, 4, 6, 6 og 7 oppfyller alle fire krav.

Oppgave 11

Trapeset ABCD har høyde $x - 2$, den øverste (parallelle) siden CD har lengde $x - 2$, og den nederste (parallelle) siden AB har lengde $x + 2$.

Formel (areal av trapes): $A = \frac{a+b}{2} \cdot h$, der a og b er de to parallelle sidene og h er høyden.

De to parallelle sidene er AB $= x + 2$ og CD $= x - 2$, og høyden er $x - 2$:

$$A = \frac{(x+2) + (x-2)}{2} \cdot (x-2) = \frac{2x}{2} \cdot (x-2) = x \cdot (x-2)$$

$$A = x^2 - 2x$$

Arealet av trapeset ABCD er $A(x) = x^2 - 2x$ (arealenheter).

DEL 2 – Med hjelpemidler

Oppgave 1

a) Sorterer først timene med søvn for hvert kjønn i stigende rekkefølge.

Gutter (12 elever): $2,\ 4,\ 4,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 8,\ 9,\ 10,\ 10,\ 12$

Jenter (12 elever): $5,\ 6,\ 6,\ 7,\ 8,\ 8,\ 8,\ 9,\ 9,\ 9,\ 10,\ 11$

Formel (gjennomsnitt): $\text{gjennomsnitt} = \frac{\text{sum av alle verdiene}}{\text{antall verdier}}$

$$\text{Gutter: } \frac{2+4+4+4+6+7+8+8+9+10+10+12}{12} = \frac{84}{12} = 7$$

$$\text{Jenter: } \frac{5+6+6+7+8+8+8+9+9+9+10+11}{12} = \frac{96}{12} = 8$$

Median (med 12 verdier er medianen gjennomsnittet av verdi nr. 6 og 7 i den sorterte rekken):

$$\text{Gutter: } \frac{7+8}{2} = 7{,}5 \qquad \text{Jenter: } \frac{8+8}{2} = 8$$

Variasjonsbredde (største minus minste verdi):

$$\text{Gutter: } 12 - 2 = 10 \qquad \text{Jenter: } 11 - 5 = 6$$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Guttenes klart større variasjonsbredde (10 mot 6 timer) betyr at søvnmengden varierer mye mer fra gutt til gutt enn fra jente til jente. Jentenes søvnvaner er mer samstemte.

Jentene sover i gjennomsnitt (8 mot 7 timer) og i median (8 mot 7,5 timer) noe mer enn guttene, og guttenes søvnmengde varierer mer (variasjonsbredde 10 mot 6 timer).

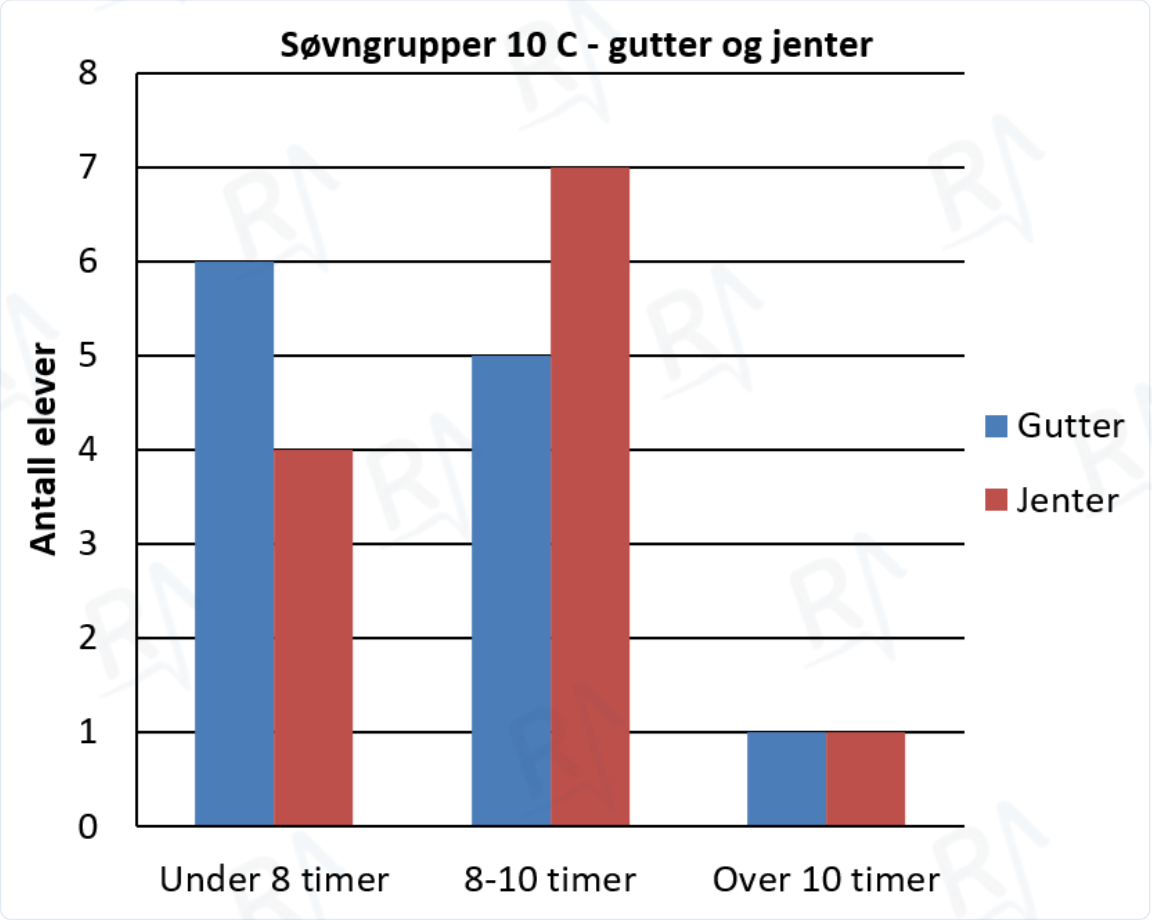
---

b) Deler dataene inn i de tre gruppene oppgaven ber om: under 8 timer, 8–10 timer, og mer enn 10 timer.

Gruppe	Gutter	Jenter	Sum	Andel av klassen (24 elever)
Under 8 timer	6	4	10	41,7 %
8–10 timer	5	7	12	50,0 %
Mer enn 10 timer	1	1	2	8,3 %

Gruppe	Gutter	Jenter
Under 8 timer	6	4
8-10 timer	5	7
Over 10 timer	1	1

Et passende diagram her er et stolpediagram (eller sektordiagram) med de tre gruppene på den ene aksen og antall elever (eller andel i prosent) på den andre. Dette egner seg godt til å sammenligne størrelsen på gruppene visuelt.



Diagrammet viser at bare halvparten av klassen (50 %) sover den anbefalte mengden på 8–10 timer. Nesten like mange, 41,7 %, sover mindre enn anbefalt, mens en liten andel (8,3 %) sover mer enn 10 timer.

Diagrammet viser at kun halvparten av 10 C får den anbefalte søvnmengden (8–10 timer), mens over 40 \% av elevene sover for lite. Klassen får samlet sett ikke nok søvn.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Oppgave 2

Sammenligner pris per bleie i de fire butikkene etter at tilbudet er regnet inn.

Formel (pris per enhet): $\text{pris per bleie} = \frac{\text{total pris betalt}}{\text{totalt antall bleier}}$

Butikk A, to pakker à 22 bleier til prisen for én pakke (75 kr): total pris er 75 kr for $2 \cdot 22 = 44$ bleier.

$$\frac{75}{44} \approx 1{,}70 \text{ kr/bleie}$$

Butikk B, 40 % rabatt på en pakke med 42 bleier (115 kr): ny pris per pakke er $115 \cdot (1 - 0{,}40) = 69$ kr for 42 bleier.

$$\frac{69}{42} \approx 1{,}64 \text{ kr/bleie}$$

Butikk C, fem pakker à 22 bleier til prisen for tre pakker (à 65 kr): total pris er $3 \cdot 65 = 195$ kr for $5 \cdot 22 = 110$ bleier.

$$\frac{195}{110} \approx 1{,}77 \text{ kr/bleie}$$

Butikk D, 50 kr rabatt på en pakke med 120 bleier (290 kr): ny pris per pakke er $290 - 50 = 240$ kr for 120 bleier.

$$\frac{240}{120} = 2{,}00 \text{ kr/bleie}$$

Butikk	Pris per bleie
A	ca. 1,70 kr
B	ca. 1,64 kr
C	ca. 1,77 kr
D	2,00 kr

Butikk B har lavest pris per bleie av de fire alternativene.

Jeg ville valgt tilbudet i Butikk B, siden det gir lavest pris per bleie (ca. 1,64 kr), mot 1,70 kr i A, 1,77 kr i C og 2,00 kr i D.

Oppgave 3

a) De tre lønnstilbudene som funksjoner av antall timer x (der $0 \leq x \leq 12$):

Tilbud 1: $f_1(x) = 186x$ (rett linje gjennom origo, stigningstall 186 kr/time)

Tilbud 2: $f_2(x) = 1000 + 50x$ (rett linje som starter på 1000 kr, stigningstall 50 kr/time)

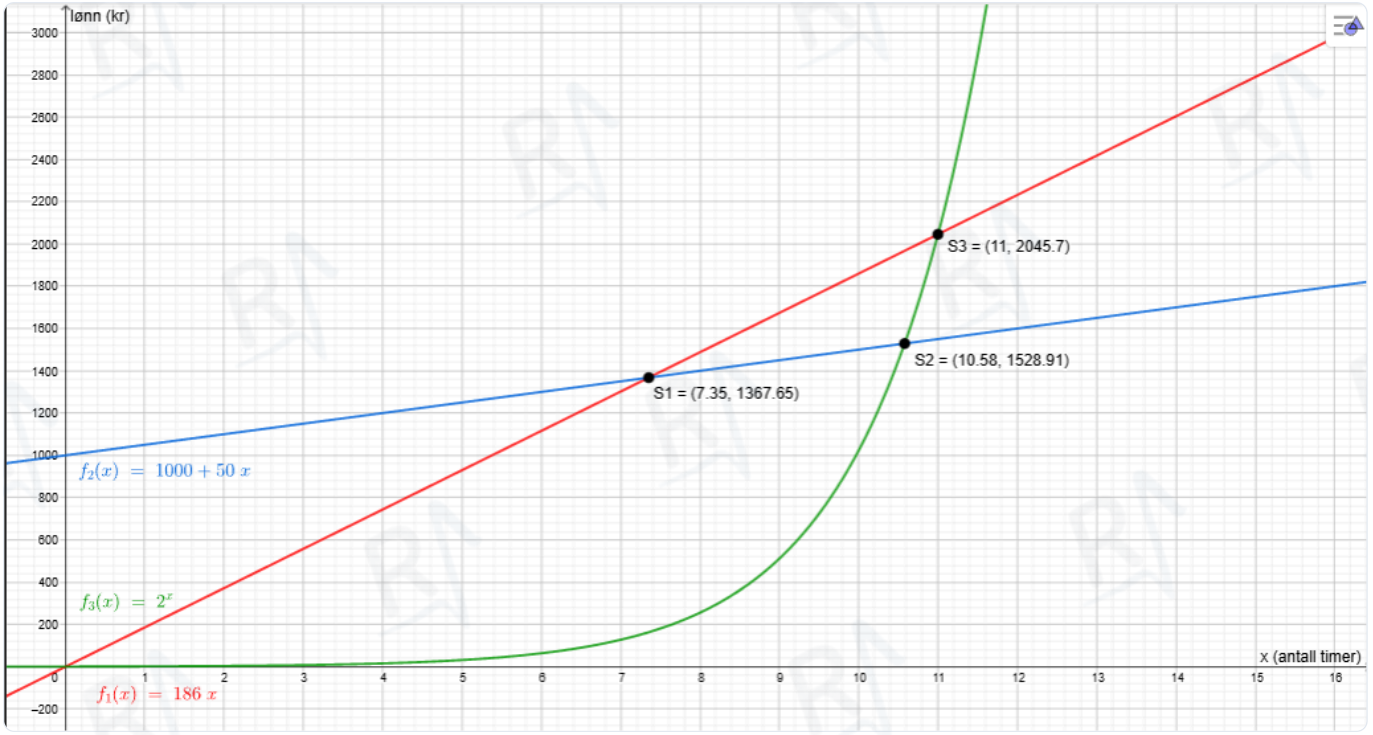
Tilbud 3: $f_3(x) = 1 \cdot 2^x$ (eksponentialkurve, dobles for hver time)

Noen verdier for å tegne grafene:

x (timer)	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
0	0	1000	1
2	372	1100	4
4	744	1200	16
6	1116	1300	64
8	1488	1400	256
10	1860	1500	1024
12	2232	1600	4096

I samme koordinatsystem blir f_1 og f_2 to rette linjer (den ene brattere, men startende i origo; den andre slakere, men med et fast tillegg på 1000 kr), mens f_3 er en kurve som starter svært lavt og vokser stadig raskere. Den er lavest av de tre til å begynne med, men vokser forbi begge de andre mot slutten av tidsrommet.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.



b) Finner først hvor tilbud 1 og tilbud 2 gir samme lønn:

Likning: $f_1(x) = f_2(x)$

$$186x = 1000 + 50x$$

$$136x = 1000$$

$$x = \frac{1000}{136} \approx 7{,}35$$

For færre enn ca. 7,35 timer lønner tilbud 2 seg best (garantert 1000 kr + litt per time), for flere enn ca. 7,35 timer lønner tilbud 1 seg best.

Tilbud 3 vokser saktere enn de andre to i starten (etter 8 timer gir tilbud 3 bare 256 kr, mot 1 488 kr og 1 400 kr for de to andre), men på grunn av dobling per time tar den raskt igjen: mellom 10 og 11 timer passerer tilbud 3 både tilbud 2 (ved ca. 10,6 timer) og tilbud 1 (ved ca. 11,0 timer).

Opp til ca. 7,35 timer lønner tilbud 2 seg best. Mellom ca. 7,35 og 11 timer lønner tilbud 1 seg best. Først etter ca. 11 av de maksimalt 12 timene Silje kan jobbe, blir tilbud 3 (doblingen) det mest lønnsomme.

Oppgave 4

La k = antall solgte kakestykker og b = antall solgte boller.

Likning I (antall solgte enheter): $k + b = 131$ **Likning II** (samlet salgsbeløp, kakestykke 30 kr, bolle 20 kr): $30k + 20b = 3210$

Bruker innsettingsmetoden. Fra Likning I: $b = 131 - k$. Setter inn i Likning II:

$$30k + 20(131 - k) = 3210$$

$$30k + 2620 - 20k = 3210$$

$$10k = 590$$

$$k = 59$$

Setter $k = 59$ inn i $b = 131 - k$:

$$b = 131 - 59 = 72$$

Kontroll: $30 \cdot 59 + 20 \cdot 72 = 1770 + 1440 = 3210$ kr, som stemmer.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Elevbedriften solgte 59 kakestykker og 72 boller.

Oppgave 5

a) Modellen $f(x) = 200x - 30000$ gir overskuddet ved x solgte billetter, med billettpris 200 kr og 30 000 kr i faste utgifter til lokalet.

$$f(200) = 200 \cdot 200 - 30000 = 40000 - 30000 = 10000$$

Med 200 solgte billetter blir overskuddet 10 000 kroner.

b) Siden lokalet bare har plass til 150 personer, kan ikke $x = 200$ i den opprinnelige modellen brukes. Definisjonsområdet må endres til $0 \leq x \leq 150$, og dette gir i seg selv for lavt overskudd med uendret pris: $f(150) = 200 \cdot 150 - 30000 = 0$ kr, altså akkurat null i overskudd, ikke de ønskede 12 000 kronene.

Antar at Maiken og Magnus sitt forslag vurderes hver for seg, og velger å gå videre med **Maikens forslag** (øke billettprisen til 300 kr, beholde lokalet med plass til 150), fordi det bygger på tall som allerede er kjent (kapasitet og ny pris), mens Magnus sitt forslag avhenger av prisen på et nytt, større lokale som ikke er oppgitt i oppgaveteksten.

Formel (nytt overskudd, Maikens forslag): $g(x) = \text{ny pris} \cdot x - \text{faste utgifter}$

Ny pris er 300 kr, faste utgifter er fortsatt 30 000 kr (uendret lokale):

$$g(x) = 300x - 30000, \quad 0 \leq x \leq 150$$

Ved full kapasitet, $x = 150$:

$$g(150) = 300 \cdot 150 - 30000 = 45000 - 30000 = 15000$$

Dette er over kravet på minst 12 000 kroner.

Usikkerhet: verken ny lokalepris eller ny kapasitet er oppgitt for Magnus sitt forslag, bare at han "er sikker på" å selge 200 billetter — en reell mangel i kildeinformasjonen, ikke noe som kan løses ved regning alene.

Maikens forslag, med ny modell $g(x) = 300x - 30000$ $(0 \leq x \leq 150)$, gir et overskudd på 15 000 kroner ved full sal (150 billetter), over det nødvendige overskuddet på 12 000 kroner.

Oppgave 6

a) Prøver med egne ensifrede tall, for eksempel 2 og 7:

- Steg 2: $2 \cdot 10 + 7 = 27$
- Steg 3: $7 \cdot 10 + 2 = 72$
- Steg 4: $27 + 72 = 99$
- Steg 5: $2 + 7 = 9$
- Steg 6: $99 / 9 = 11$

Med tallene 2 og 7 blir resultatet 11, akkurat som Geirs eksempel med 3 og 5.

b) La a og b være de to ensifrede tallene som velges (heltall fra 1 til 9).

Formel (steg 2 og 3): det ene tallet ganget med ti pluss det andre, og omvendt:

$$\text{Steg 2: } 10a + b \qquad \text{Steg 3: } 10b + a$$

Steg 4 (summen av steg 2 og 3):

$$(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)$$

Steg 5 (summen av de to opprinnelige tallene): $a + b$.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Steg 6 (steg 4 delt på steg 5):

$$\frac{11(a+b)}{a+b} = 11$$

Siden a og b begge er minst 1, er $a+b$ alltid større enn 0, så divisjonen er alltid gyldig, og leddet $(a+b)$ forkortes alltid bort, uansett hvilke to ensifrede tall som velges.

Svaret blir alltid 11, fordi summen i steg fire alltid kan skrives som $11(a+b)$, og denne deles på nettopp $(a+b)$ i steg seks, slik at $(a+b)$ forkortes bort og bare 11 står igjen.

© 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.