

Løsningsforslag — Eksamen 10. trinn Vår 2022 (MAT0015)

DEL 1 – Uten hjelpemidler

Oppgave 1

La s = prisen på én sjokolade (kr), v = prisen på én vannflaske (kr).

Likning I: $2s + v = 40$ **Likning II:** $4s + 3v = 98$

Bruker innsettingsmetoden: løser Likning I for v , og setter uttrykket inn i Likning II.

$$v = 40 - 2s$$

$$4s + 3(40 - 2s) = 98$$

$$4s + 120 - 6s = 98$$

$$-2s = 98 - 120 = -22$$

$$s = \underline{11}$$

Kontroll: $v = 40 - 2 \cdot 11 = 18$, og $4 \cdot 11 + 3 \cdot 18 = 44 + 54 = 98$. ✓

Én sjokolade koster 11 kr.

Oppgave 2

Grafen (fart mot bremselengde) følger sammenhengen bremselengde $\approx \frac{\text{fart}^2}{200}$, som gjenspeiles i tabellverdiene.

Påstand 1: «Om farten er 40 km/h, er bremselengden omtrent 8 m.»

Av tabellen: ved 40 km/h er bremselengden nøyaktig 8 m. Påstanden er sann.

Påstand 2: «For at bremselengden skal være mindre enn 15 m, må farten være mindre enn 55 km/h.»

Formel (fra grafen): bremselengde = $\frac{\text{fart}^2}{200}$

Løser for farten når bremselengden er 15 m:

$$\frac{\text{fart}^2}{200} = 15 \implies \text{fart}^2 = 3000 \implies \text{fart} = \sqrt{3000} \approx \underline{54,8} \text{ km/h}$$

Grensen ligger på ca. 54,8 km/h, som stemmer godt med de oppgitte 55 km/h. Påstanden er sann (grensen er i praksis ca. 54,8 km/h, avrundet til 55 km/h).

Påstand 3: «Om farten halveres, halveres også bremselengden.»

Siden bremselengden er proporsjonal med farten i andre potens (ikke med farten selv), gir en halvering av farten en firedeling av bremselengden, ikke en halvering:

$$\text{ved } 40 \text{ km/h: } \frac{40^2}{200} = 8 \text{ m,} \quad \text{ved } 20 \text{ km/h (halvert fart): } \frac{20^2}{200} = 2 \text{ m}$$

Bremselengden ved halv fart (2 m) er en firedel av 8 m, ikke en halvpart. Påstanden er usann.

Påstand 4: «Om farten er over 70 km/h, er bremselengden over 30 m.»

Løser for hvilken fart som faktisk gir 30 m bremselengde:

$$\frac{\text{fart}^2}{200} = 30 \implies \text{fart}^2 = 6000 \implies \text{fart} = \sqrt{6000} \approx \underline{77,5} \text{ km/h}$$

Ved 70 km/h er bremselengden ifølge tabellen kun 24 m, og bremselengden passerer ikke 30 m før farten er ca. 77,5 km/h.

Påstanden er usann (en fart «over 70 km/h», for eksempel 72 km/h, gir fortsatt bremselengde under 30 m).

Oppgave 3

Rektangelet har lengde a og bredde $2a$, altså er bredden dobbelt så stor som lengden, uansett hvilken verdi a har.

Velger for eksempel $a = 4$ cm:

$$\text{lengde} = a = \underline{4} \text{ cm}, \quad \text{bredde} = 2a = 2 \cdot 4 = \underline{8} \text{ cm}$$

Et rektangel med $a = 4$ cm kan for eksempel ha lengde 4 cm og bredde 8 cm (ethvert par der bredden er dobbelt så lang som lengden, er et gyldig svar).

Oppgave 4

Papirkvadratet har sidelengde 10 cm. Når det klippes bort et kvadrat på $2,5 \times 2,5$ cm i hvert av de fire hjørnene og sidene brettes opp, blir bunnen i esken et kvadrat med sidelengde

$$10 - 2 \cdot 2,5 = \underline{5} \text{ cm}$$

og høyden i esken blir lik bredden på det bortklippede hjørnet, altså 2,5 cm.

Formel (volum av rett prisme): $V = l \cdot b \cdot h$

$$V = 5 \cdot 5 \cdot 2,5 = \underline{62,5} \text{ cm}^3$$

Volumet av esken er $62,5 \text{ cm}^3$.

Oppgave 5

Figuren deler et rektangel med bredde $68 = 60 + 8$ og høyde $27 = 20 + 7$ inn i et 2×2 -rutenett, med fire delruter som hver har areal lik produktet av tilhørende sidelengder:

$$60 \cdot 20 = 1200, \quad 8 \cdot 20 = 160, \quad 60 \cdot 7 = 420, \quad 8 \cdot 7 = 56$$

Siden det store rektangelets areal er summen av de fire delarealene, er $68 \cdot 27$ lik summen av disse fire produktene:

$$68 \cdot 27 = 1200 + 160 + 420 + 56 = \underline{1836}$$

Figuren viser at $68 \cdot 27 = 1836$, ved at 68 og 27 splittes i tierne og enerne ($60 + 8$ og $20 + 7$), og de fire delarealene i rutenettet legges sammen.

Oppgave 6

Total billettinntekt B er summen av inntektene fra hver billetttype, og hver billetttype gir inntekt lik antall solgte billetter ganger prisen per billett:

$$B = 315 \cdot x + 250 \cdot z + 210 \cdot y$$

der x er antall voksenbilletter (315 kr), z er antall honnørbilletter (250 kr), og y er antall barnebilletter (210 kr).

Uttrykket som gir total billettinntekt, er $B = 315x + 250z + 210y$.

Oppgave 7

Formel (eksponentiell vekst): $B(t) = B_0 \cdot k^t$, der B_0 er startantallet, k er vekstfaktoren per dag, og t er antall dager.

Startantallet er 15 000 bakterier, og veksten er 10 % per dag, altså vekstfaktor $k = 1,10$:

$$B(2) = 15\,000 \cdot 1,10^2 = 15\,000 \cdot 1,21 = \underline{18\,150}$$

Etter to dager er det 18 150 bakterier.

Oppgave 8

De fire funksjonene har hver sin karakteristiske grafform:

- $f(x) = 2x + 3$ er en rett, økende linje (stigningstall 2, skjærer y-aksen i 3).
- $g(x) = 1,2^x$ er en eksponentialfunksjon med vekstfaktor $1,2 > 1$, alltid positiv og økende.
- $h(x) = \frac{40}{x}$ er en hyperbel, omvendt proporsjonal sammenheng, med grener i første og tredje kvadrant.
- $i(x) = x^2 + 7x + 12$ er en oppååpnet parabel; nullpunktene er $x = -3$ og $x = -4$ (siden $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$), så bunnpunktet ligger midt mellom disse, ved $x = -3,5$, like under x-aksen.

Sammenligner med de fire grafbeskrivelsene:

- **Øverst til venstre** (parabel med bunnpunkt til venstre for y-aksen, like under x-aksen) $\rightarrow$ matcher $i(x) = x^2 + 7x + 12$, som har bunnpunkt i $(-3,5; -0,25)$.
- **Øverst til høyre** (rett, økende linje som skjærer x-aksen til venstre for origo og y-aksen godt over origo) $\rightarrow$ matcher $f(x) = 2x + 3$, som skjærer x-aksen i $x = -1,5$ og y-aksen i $y = 3$.
- **Nederst til venstre** (flat kurve som svinger brattere oppover mot høyre, alltid over x-aksen) $\rightarrow$ matcher $g(x) = 1,2^x$, som er en typisk eksponentiell vekstkurve.
- **Nederst til høyre** (hyperbel med grener i første og tredje kvadrant) $\rightarrow$ matcher $h(x) = \frac{40}{x}$.

Riktig funksjonsuttrykk til hver graf: øverst venstre $i(x) = x^2 + 7x + 12$, øverst høyre $f(x) = 2x + 3$, nederst venstre $g(x) = 1,2^x$, nederst høyre $h(x) = \frac{40}{x}$.

DEL 2 – Med hjelpemidler

Oppgave 1

Funksjonen $f(x) = 100x + 2500$ viser de totale utgiftene (i kr) ved leie av lokalet. Jeg tolker x som antall gjester, siden dette er den vanligste variabelen i et slikt budsjett for en bursdagsfest. Det er ikke oppgitt eksplisitt, så jeg regner videre ut fra denne antakelsen.

Uttrykket består av to deler:

- **Konstantleddet 2500** er en fast kostnad som ikke avhenger av x , for eksempel selve leieprisen for lokalet, som Hanna må betale uansett hvor mange gjester hun inviterer.
- **Stigningstallet 100** er kostnaden per gjest, for eksempel mat og drikke per person, som legges til den faste leieprisen for hver ekstra gjest.

Regner ut utgiftene for noen konkrete gjestetall:

$$f(10) = 100 \cdot 10 + 2500 = \underline{3500} \text{ kr}, \quad f(20) = 100 \cdot 20 + 2500 = \underline{4500} \text{ kr}, \quad f(30) = 100 \cdot 30 + 2500 = \underline{5500} \text{ kr}$$

Utgiftene ved leie av lokalet består av en fast del på 2500 kr (uavhengig av antall gjester) pluss 100 kr per gjest. For eksempel blir totalutgiften 4500 kr ved 20 gjester. Utgiften vokser lineært: hver ekstra gjest øker totalutgiften med 100 kr.

Oppgave 2

La rektangelet ha lengde a og bredde b . Omkretsen til hvert rektangel er oppgitt til 30 cm.

Formel (omkrets av rektangel): $O_{\text{rektangel}} = 2(a + b)$

$$2(a + b) = 30 \implies a + b = \underline{15} \text{ cm}$$

De fire kongruente rektanglene er satt sammen «møllehjul»-formet rundt det lille kvadratet, slik at hver side av det store kvadratet er satt sammen av lengden til ett rektangel og bredden til det tilstøtende rektangelet. Sidelengden i det store kvadratet er derfor

$$s = a + b = \underline{15} \text{ cm}$$

Formel (omkrets av kvadrat): $O_{\text{kvadrat}} = 4s$

$$O_{\text{kvadrat}} = 4 \cdot 15 = \underline{60} \text{ cm}$$

Siden $a + b = 15$ cm uansett hvilke konkrete verdier a og b har (så lenge omkretsen til rektangelet er 30 cm), og sidelengden i det store kvadratet er nettopp $a + b$, er omkretsen til det store kvadratet alltid 60 cm, som skulle vises.

Oppgave 3

Kortene har tallene 1, 2, 3, 4, 5. Det trekkes to tilfeldige kort, og alle $\binom{5}{2} = 10$ mulige par er like sannsynlige. Lister opp alle parene og summene:

Par	Sum	Par	Sum
(1,2)	3	(2,4)	6
(1,3)	4	(2,5)	7
(1,4)	5	(3,4)	7
(1,5)	6	(3,5)	8
(2,3)	5	(4,5)	9

Av disse ti summene er fire partall: 4, 6, 6, 8 (fra parene (1, 3), (1, 5), (2, 4), (3, 5)).

Formel (sannsynlighet): $P(\text{hendelse}) = \frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}}$

$$P(\text{partallssum}) = \frac{4}{10} = 0,40 = \underline{40\%}$$

Det er 40% sjanse for at summen av de to trukne kortene blir et partall, siden 4 av de 10 like sannsynlige parene gir en partallssum.

Oppgave 4

Den eksplisitte formelen er $F_n = n^2 + 2$. Regner ut de tre første figur tallene:

$$F_1 = 1^2 + 2 = \underline{3}, \quad F_2 = 2^2 + 2 = \underline{6}, \quad F_3 = 3^2 + 2 = \underline{11}$$

Et naturlig figurmønster som passer med $n^2 + 2$ er et kvadratisk ruteoppsett av $n \times n$ ruter, pluss to ekstra enkeltruter ved siden av kvadratet (for eksempel plassert rett til høyre for kvadratet):

- **Figur 1:** et 1×1 -kvadrat (1 rute) + 2 enkeltruter = 3 ruter totalt.
- **Figur 2:** et 2×2 -kvadrat (4 ruter) + 2 enkeltruter = 6 ruter totalt.
- **Figur 3:** et 3×3 -kvadrat (9 ruter) + 2 enkeltruter = 11 ruter totalt.

De tre første figurene i mønsteret kan tegnes som et $n \times n$ -ruteoppsett med 2 ekstra enkeltruter ved siden av, med henholdsvis 3, 6 og 11 ruter totalt (dette er én av flere mulige geometriske tegninger som gir riktig figur tall: enhver figur der de n^2 rutene danner et kvadrat og de 2 ekstra rutene er tydelig atskilt, er et gyldig svar).

Oppgave 5

Linjen går gjennom punktene $(x_1, y_1) = (-1, 0)$ og $(x_2, y_2) = (0, 3)$.

Formel (stigningstall): $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = \frac{3 - 0}{0 - (-1)} = \frac{3}{1} = 3$$

Kontroll med det tredje avleste punktet på linjen, $(1, 7)$, regnet fra $(0, 3)$:

$$a = \frac{8 - 3}{1,7 - 0} = \frac{5}{1,7} \approx 2,9 \approx 3 \quad \checkmark$$

Stigningstallet til grafen er 3, siden linjen stiger 3 enheter i y-retning for hver 1 enhet i x-retning. Dette bekreftes både ved de to eksakte punktene $(-1, 0)$ og $(0, 3)$, og ved det tredje avleste punktet på linjen.

Oppgave 6

Den blå rammen omslutter overgangen fra

$$3x + 12 = 3 \quad \text{til} \quad 3x = 3 - 12$$

Dette er samme likning omskrevet ved å trekke 12 fra begge sider:

$$3x + 12 - 12 = 3 - 12$$

$$3x = 3 - 12$$

Å trekke det samme tallet fra begge sider av en likning endrer ikke løsningen, fordi likheten mellom venstre og høyre side bevares (dette er den samme regelen som gjør at et ledd kan «flyttes over likhetstegnet» ved å bytte fortegn: leddet $+12$ på venstre side blir til -12 på høyre side). At dette faktisk stemmer, bekreftes videre av at likningen løses riktig ut, med $3x = -9$ og til slutt $x = -3$.

Det Ahmad har gjort i den blå rammen, er korrekt : å trekke 12 fra begge sider av likningen $3x + 12 = 3$ er en gyldig likningsoperasjon, og gir riktig neste steg $3x = 3 - 12$.

Oppgave 7

Reklameplakaten fra Venstre har flere svakheter som gjør at den ikke gir et rettviseende bilde av utviklingen:

- **Avkuttet y-akse:** y-aksen starter på 51 000 (millioner tonn), ikke på 0. Dette forstørrer de synlige forskjellene mellom årene kraftig. En nedgang fra ca. 54 700 til 52 150 er i virkeligheten en reduksjon på under 5 %, men ser i grafikken ut som en dramatisk stupbratt nedgang.
- **Misvisende fargelegging av perioden:** hele perioden 2013–2018 er fargelagt som «Blågrønn regjering», selv om Venstre først ble en del av regjeringen fra januar 2018. Plakaten gir dermed Venstre æren for utslippsutviklingen i årene 2013–2017, en periode partiet kun var støtteparti for regjeringen, ikke en del av den.
- **Utviklingen er ikke jevnt fallende, slik plakaten antyder:** utslippene stiger faktisk fra 2014 (ca. 53 950) til 2015 (ca. 54 350), før de fortsetter å falle. Overskriften «Klimautslippene går ned» dekker over at nedgangen ikke er en jevn trend gjennom hele perioden.
- **Årsakssammenheng er ikke dokumentert:** selv om utslippene falt noe i perioden, viser grafikken ingen dokumentasjon for at nedgangen skyldes regjeringens politikk (og i særdeleshet ikke Venstres, se punktet over). Andre faktorer (økonomi, vær, internasjonale forhold) kan også spille inn.

Den grafiske framstillingen gir ikke et riktig bilde av utviklingen: den avkuttete y-aksen overdriver nedgangen visuelt, fargeleggingen tilskriver Venstre en periode partiet ikke satt i regjering i, og perioden er framstilt som jevnt fallende selv om utslippene faktisk økte fra 2014 til 2015.

Oppgave 8

Programmet setter $a = 4$ (lengde på hvert linjestykke) og $b = 5$ (antall gjentakelser), og gjentar $b = 5$ ganger: tegn et linjestykke med lengde 4, og snu $360/5 = 72$ grader til høyre.

a) Hver runde tegner programmet et linjestykke med lengde 4 og snur deretter 72° til høyre. Siden summen av alle vendingene blir $5 \cdot 72^\circ = 360^\circ$ (nøyaktig én hel omdreining), vender skilpadda (pennen) tilbake til start med samme retning som den startet i, og figuren blir lukket. Fordi alle fem linjestykkene har samme lengde (4) og alle vinklene mellom dem er like store (72°), blir resultatet en regulær femkant (pentagon) med sidelengde 4.

Programmet tegner en regulær femkant (pentagon) med sidelengde 4, fordi de fem like linjestykkene og de fem like vendingene på $360^\circ/5 = 72^\circ$ til sammen danner en lukket figur med fem like sider og fem like vinkler.

b) Figuren er en regulær femkant med alle fem sidene 4 (lengdeenheter) lange:



Alle sidelengder er 4, og alle indre vinkler i en regulær femkant er $\frac{(5-2) \cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$ (mens vendingsvinkelen, den ytre vinkelen skilpadda snur, er $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$, som stemmer med programmet).

Oppgave 9

Påstanden fra samtalen er at n^2 alltid kan skrives som $(n+1)(n-1) + 1$, illustrert ved $3^2 = (4 \cdot 2) + 1$ og $5^2 = (6 \cdot 4) + 1$.

Utvider uttrykket $(n+1)(n-1) + 1$ algebraisk, med konjugatsetningen $(n+1)(n-1) = n^2 - 1$:

$$(n+1)(n-1) + 1 = (n^2 - 1) + 1 = n^2$$

Siden $(n+1)(n-1) + 1$ forenkles til nøyaktig n^2 for **ethvert** tall n , ikke bare for $n = 3$ og $n = 5$, er sammenhengen alltid sann, og ikke bare en tilfeldighet ved de to eksemplene i samtalen.

Sammenhengen $n^2 = (n+1)(n-1) + 1$ stemmer alltid, for alle tall n , fordi $(n+1)(n-1) + 1 = n^2 - 1 + 1 = n^2$ ved konjugatsetningen. Dette generaliserer eksemplene $3^2 = (4 \cdot 2) + 1$ og $5^2 = (6 \cdot 4) + 1$ til å gjelde for alle heltall (og faktisk alle reelle tall).

Oppgave 10

Oversikten viser seks abonnement (0–25 GB, 99–439 kr/mnd) og fire ekstra datapakker som kan kjøpes ved behov. Fra samtalen: Person 2 har brukt 5,47 GB (februar), 4,10 GB (mars), 12,23 GB (april) og 5,21 GB (mai), og ubrukt data tas med videre til neste måned (rollover). I tillegg diskuteres et alternativt tilbud: en telefon med 7 GB-abonnement til 599 kr/mnd i 24 måneder.

Formel (gjennomsnittlig månedlig forbruk): $\text{gjennomsnitt} = \frac{\text{sum av forbruk}}{\text{antall måneder}}$

$$\frac{5,47 + 4,10 + 12,23 + 5,21}{4} = \frac{27,01}{4} \approx 6,75 \text{ GB/mnd}$$

Gjennomsnittsforbruket ligger mellom «Litt mer» (3 GB) og «Favoritt» (7 GB), men forbruket varierer mye fra måned til måned (fra 4,10 til 12,23 GB), så et gjennomsnitt alene undervurderer behovet i topp-måneden april.

Modellerer «Favoritt»-abonnementet (7 GB, 289 kr/mnd) med rollover, siden dette er nærmest gjennomsnittet og har mest å gå på ved svingninger:

Måned	Tilgjengelig data (rollover + 7 GB)	Forbruk	Rest til neste måned
Februar	7,00 GB	5,47 GB	1,53 GB

Måned	Tilgjengelig data (rollover + 7 GB)	Forbruk	Rest til neste måned
Mars	$7 + 1,53 = 8,53$ GB	4,10 GB	4,43 GB
April	$7 + 4,43 = 11,43$ GB	12,23 GB	underskudd 0,80 GB
Mai	7,00 GB (rollover brukt opp)	5,21 GB	1,79 GB

I april dekker ikke rollover hele forbruket: det mangler 0,80 GB. Billigste ekstrapakke som dekker dette, er 1 GB-pakken til 79 kr.

Kostnad for disse fire månedene: $4 \cdot 289 + 79 = 1156 + 79 = \underline{1235}$ kr, altså i snitt ca. $1235/4 \approx \underline{309}$ kr/mnd.

Sammenligner med det alternative tilbudet (telefon + 7 GB-abonnement, 599 kr/mnd i 24 måneder):

$$599 \cdot 24 = \underline{14\,376} \text{ kr totalt over 24 måneder}$$

mens «Favoritt» alene (uten telefon) koster $289 \cdot 24 = 6936$ kr over samme periode, pluss data-overforbruk enkelte måneder. Differansen, $14\,376 - 6936 = 7440$ kr, er det den nye telefonen reelt koster i det pakkele tilbudet. Om dette lønner seg, avhenger av hva samme telefon ville kostet å kjøpe separat (denne informasjonen er ikke oppgitt).

Jeg anbefaler at Lotte velger Favoritt-abonnementet (7 GB, 289 kr/mnd) fremfor det pakkele telefontilbudet, og heller kjøper eventuell ekstra data (som i april, ca. 1 GB) ved behov. Dataforbruket varierer mye fra måned til måned (4,10–12,23 GB), så et abonnement med mulighet for rollover og ekstra datapakker er mer fleksibelt enn et fast, dyrere pakkele tilbud der telefonens reelle pris er skjult i månedsprisen. (Denne anbefalingen bygger på en antakelse om at forbruksmønsteret i februar–mai er representativt også etter flytting til hybel, og at telefonen i det pakkele tilbudet ikke er vesentlig billigere separat enn de 7440 kr differansen i totalpris antyder. Begge er eksplisitte antakelser, siden oppgaveteksten ikke gir nok informasjon til å avgjøre dem sikkert.)

© 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.