Løsningsforslag — Eksempelsett 2027, 10. trinn (MAT0015)

Udir har laget et eksempelsett som viser hvordan eksamen i matematikk for 10. trinn kan se ut fra 2027. Her er et løsningsforslag til hele settet, med utregningen vist steg for steg.

DEL 1 – Uten hjelpemidler

Oppgave 1

a)

Vi leser av diagrammet at antall arbeidsledige kvinner var ca. 23 000 i 2021 og ca. 18 000 i 2022.

Formel (nedgang):

$$\text{nedgang} = \text{gammel verdi} - \text{ny verdi}$$

Gammel verdi er antallet i 2021 (ca. 23 000), og ny verdi er antallet i 2022 (ca. 18 000):

$$\text{nedgang} \approx 23\,000 - 18\,000 = 5\,000$$

Nedgangen i antall arbeidsledige kvinner fra 2021 til 2022 var ca. 5 000.

b)

Vi leser av diagrammet antall arbeidsledige i 2018 og i 2024 for begge kjønn, og noterer de viktigste tallene i en liten tabell:

	2018	**2024**
Menn	ca. 20 000	ca. 28 000
Kvinner	ca. 15 000	ca. 24 000

Formel (økning):

$$\text{økning} = \text{ny verdi} - \text{gammel verdi}$$

© 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Ny verdi er antallet i 2024, og gammel verdi er antallet i 2018:

$$\text{Økning menn} \approx 28\,000 - 20\,000 = 8\,000$$

$$\text{Økning kvinner} \approx 24\,000 - 15\,000 = 9\,000$$

Kvinner har hatt en økning på ca. 9 000, mens menn har hatt en økning på ca. 8 000. Forskjellen mellom økningene er:

$$9\,000 - 8\,000 = 1\,000$$

Økningen er altså ca. 1 000 større for kvinner enn for menn.

Påstanden stemmer ikke. Kvinner har hatt en større økning enn menn fra 2018 til 2024.

Oppgave 2

a)

Metode 1: rabatt i kroner

Formel (rabatt i prosent):

$$\text{rabatt i prosent} = \frac{\text{rabatt i kroner}}{\text{opprinnelig pris}} \cdot 100\,\%$$

Rabatten i kroner er differansen mellom opprinnelig pris (800 kr) og tilbudspris (640 kr):

$$\text{rabatt i kroner} = 800\text{ kr} - 640\text{ kr} = 160\text{ kr}$$

Opprinnelig pris er 800 kr:

$$\text{rabatt i prosent} = \frac{160}{800} \cdot 100\,\%$$

Brøken blir lettest å gjøre om til prosent hvis vi får 100 i nevneren, for da er telleren lik prosenten. Vi deler teller og nevner på 8:

$$\frac{160}{800} = \frac{160:8}{800:8} = \frac{20}{100} = 20\,\%$$

Metode 2: vekstfaktor

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Mange oppgaver om prosent, rabatt, prisøkning og rente kan løses med én og samme formel. Vi bruker den igjen i b) og i oppgave 8.

Formel (vekstfaktor):

$$N = G \cdot V$$

der N er ny verdi, G er gammel verdi (grunnverdien) og V er vekstfaktoren. Her kjenner vi N og G og skal finne V. Vi deler begge sider på G:

$$N = G \cdot V$$

$$\frac{N}{G} = V$$

Ny verdi N er tilbudsprisen (640 kr), og gammel verdi G er prisen før (800 kr). Igjen deler vi teller og nevner på 8 for å få 100 i nevneren:

$$V = \frac{640}{800}$$

$$V = \frac{640 : 8}{800 : 8}$$

$$V = \frac{80}{100}$$

$$V = 0{,}8$$

Vekstfaktoren 0,8 betyr at prisen er 80 % av prisen før. Prisen har altså gått ned med

$$100\,\% - 80\,\% = 20\,\%$$

Riktig alternativ er 20 %.

Rabatten er 20 %.

b)

Vi bruker samme formel som i a):

$$N = G \cdot V$$

Høyttaleren selges med 40 % rabatt. Da betaler man $100\,\% - 40\,\% = 60\,\%$ av prisen før, så vekstfaktoren er $V = 0{,}60$. Ny verdi N er prisen etter rabatten (660 kr). Vi skal finne gammel

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

verdi G, så vi deler begge sider på V:

$$N = G \cdot V$$

$$\frac{N}{V} = G$$

Vi setter inn $N = 660$ kr og $V = 0{,}60$:

$$G = \frac{660\ \text{kr}}{0{,}60}$$

Det er lettere å dele på et helt tall enn på et desimaltall. Vi ganger derfor teller og nevner med 10. Nullen bakerst i 0,60 betyr ingenting, så $0{,}60 \cdot 10 = 6$:

$$G = \frac{660 \cdot 10}{0{,}60 \cdot 10}\ \text{kr}$$

$$G = \frac{6\,600}{6}\ \text{kr}$$

$$G = 1\,100\ \text{kr}$$

Høyttaleren kostet 1 100 kr før rabatten ble trukket fra.

Oppgave 3

a)

Vi regner ut differansene mellom tallene i mønsteret:

$$6 - 2 = 4, \quad 12 - 6 = 6, \quad 20 - 12 = 8$$

Differansene øker med 2 for hvert steg. De neste differansene er derfor 10 og 12.

$$\text{Tall } 5 = 20 + 10 = 30$$

$$\text{Tall } 6 = 30 + 12 = 42$$

De to neste tallene er 30 og 42.

b)

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Merknad: I oppgavesettet er også denne deloppgaven merket a). Det er trolig en trykkfeil, så vi kaller den b).

Steg 1: Hva slags formel leter vi etter? I a) fant vi at differansene er 4, 6 og 8. Differansene er ikke like, så formelen er ikke av typen «legg til like mye hver gang». Men differansene øker med like mye hver gang (2). Det samme gjelder kvadrattallene n^2:

$$1,\ 4,\ 9,\ 16 \quad \text{har differansene} \quad 3,\ 5,\ 7$$

Det er derfor et godt første forsøk å sammenligne tallmønsteret med n^2.

Steg 2: Sammenlign med n^2. Vi setter opp plassnummeret n, kvadrattallet n^2 og tallet i mønsteret, og regner ut hvor mye som mangler fra n^2 opp til tallet:

n	n^2	**Tall n**	**Tall n minus n^2**
1	$1 \cdot 1 = 1$	2	$2 - 1 = 1$
2	$2 \cdot 2 = 4$	6	$6 - 4 = 2$
3	$3 \cdot 3 = 9$	12	$12 - 9 = 3$
4	$4 \cdot 4 = 16$	20	$20 - 16 = 4$

Den siste kolonnen er akkurat plassnummeret n. Tall n er altså n^2 pluss n.

Steg 3: Skriv formelen.

$$\text{Tall } n = n^2 + n$$

Vi kan sette n utenfor en parentes, siden begge leddene inneholder n:

$$\text{Tall } n = n(n+1)$$

Slike tall kalles rektangeltall. Tall n er nemlig arealet av et rektangel med sidene n og $n+1$, for eksempel $4 \cdot 5 = 20$.

Kontroll for tall 4:

$$4 \cdot (4+1) = 4 \cdot 5 = 20$$

Dette stemmer med tall 4 i tabellen.

Formelen for tall n er $n(n+1)$, og den gir 20 for tall 4.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Oppgave 4

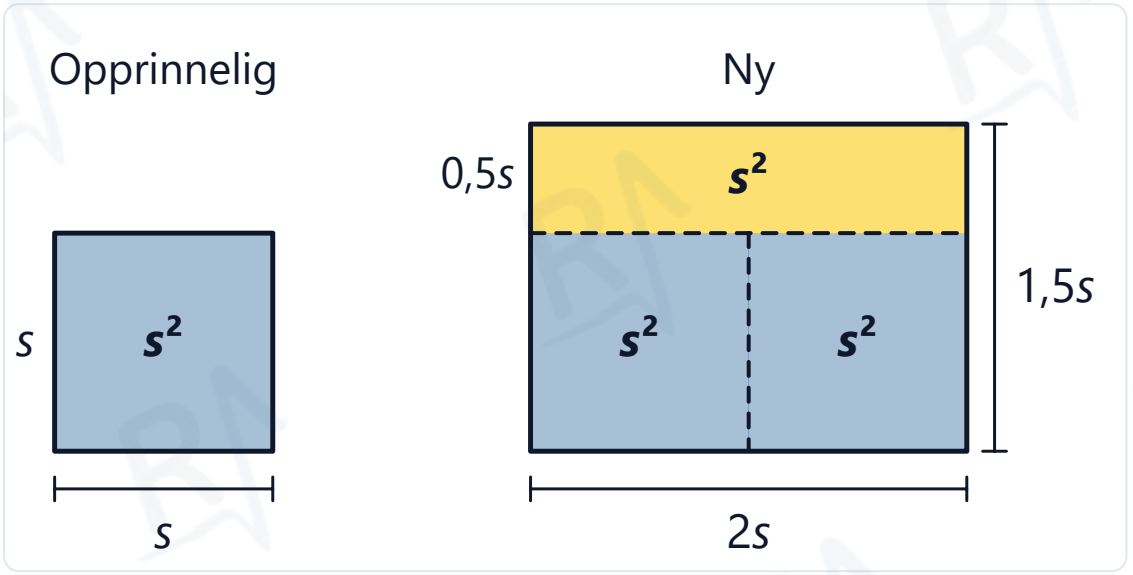
La s være sidelengden i den opprinnelige plantekassen.

Den opprinnelige plantekassen er et kvadrat, der lengde og bredde begge er s.

Formel (areal av kvadrat):

$$A = s \cdot s = s^2$$

Den nye plantekassen er et rektangel. Lengden er dobbelt så lang, altså $2s$, og bredden er 1,5 ganger så bred, altså $1{,}5s$.



Figuren viser svaret før vi regner: den nye kassen rommer to kvadrater på $s \cdot s$ og en stripe på $2s \cdot 0{,}5s$, som også har arealet s^2.

Formel (areal av rektangel):

$$A = l \cdot b$$

Lengden er $l = 2s$ og bredden er $b = 1{,}5s$:

$$A_{\text{ny}} = 2s \cdot 1{,}5s = 2 \cdot 1{,}5 \cdot s \cdot s = 3s^2$$

Vi finner hvor mange ganger større det nye arealet er ved å dele nytt areal på gammelt areal:

$$\frac{A_{\text{ny}}}{A_{\text{gammel}}} = \frac{3s^2}{s^2} = 3$$

Arealet av den nye plantekassen blir 3 ganger så stort.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Oppgave 5

La b = prisen for én barnebillett og v = prisen for én voksenbillett.

Vi setter opp et likningssett ut fra opplysningene i oppgaven.

$$\begin{aligned} \text{I:} \quad & 3b + 2v &&= 2\,850 \\ \text{II:} \quad & 2b + 2v &&= 2\,300 \end{aligned}$$

Vi bruker addisjonsmetoden og trekker likning II fra likning I. Vi setter likningene under hverandre, slik vi gjør med et oppstilt minusstykke. Begge likningene har $2v$, så leddene med v forsvinner:

$$\begin{array}{rcrcr} 3b & + & \cancel{2v} & = & 2\,850 \\ -\,(2b & + & \cancel{2v}) & = & 2\,300 \\ \hline b & & & = & 550 \end{array}$$

Skrevet ut ledd for ledd:

$$\begin{aligned} 3b - 2b + 2v - 2v &= 2\,850 - 2\,300 \\ b + 0 &= 550 \\ b &= 550 \end{aligned}$$

Nå kjenner vi b. Vi setter $b = 550$ inn i likning II og finner v:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 550 + 2v &= 2\,300 \\ 1\,100 + 2v &= 2\,300 \\ 2v &= 2\,300 - 1\,100 \\ 2v &= 1\,200 \\ \\ v &= \frac{1\,200}{2} \\ \\ v &= 600 \end{aligned}$$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Prøve: Vi skriver opp likning I og setter inn $b = 550$ og $v = 600$:

$$\begin{aligned} 3b + 2v &= 2\,850 \\ 3 \cdot 550 + 2 \cdot 600 &= 2\,850 \\ 1\,650 + 1\,200 &= 2\,850 \\ 2\,850 &= 2\,850 \end{aligned}$$

Venstre side er lik høyre side, så svaret stemmer.

Én voksenbillett koster 600 kr.

Oppgave 6

Formel (stigningstall):

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Linja går gjennom det første og det siste punktet, mens punktene imellom ligger litt over eller under linja. Vi bruker derfor de to endepunktene. $(x_1, y_1) = (0,\ 40)$ er vekten ved fødselen, og $(x_2, y_2) = (6,\ 280)$ er vekten etter 6 måneder:

$$\begin{aligned} a &= \frac{280\ \text{kg} - 40\ \text{kg}}{6\ \text{mnd} - 0\ \text{mnd}} \\ &= \frac{240\ \text{kg}}{6\ \text{mnd}} \\ &= 40\ \text{kg per måned} \end{aligned}$$

Punktene ligger ikke nøyaktig på linja, så kalven har ikke økt nøyaktig like mye hver måned. Stigningstallet gir den gjennomsnittlige økningen per måned.

Stigningstallet er 40. Kalven økte i gjennomsnitt 40 kg per måned fra fødselen til den var seks måneder.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Oppgave 7

a)

Formel (sannsynlighet):

$$P = \frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}}$$

En terning har seks like sannsynlige utfall: 1, 2, 3, 4, 5 og 6. Maya går ut med søpla ved partall, altså 2, 4 og 6. Det gir 3 gunstige utfall av 6 mulige:

$$P(\text{Maya}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Sannsynligheten for at Maya skal gå ut med søpla er $\frac{1}{2}$, altså 50 %.

b)

Oppgaven sier at Lars trekker to kuler, men ikke om den første legges tilbake. Vi antar at han trekker to kuler og holder dem, slik at den første kula ikke er i posen når den andre trekkes (uten tilbakelegging). Det er den naturlige tolkningen, siden han skal sammenligne fargene på to kuler.

Metode 1: trekk for trekk

Fargen på den første kula spiller ingen rolle, for den blir alltid gul eller rosa. Det som avgjør, er om den andre kula har samme farge som den første. Etter første trekk er det 3 kuler igjen i posen, og bare 1 av dem har samme farge som den første kula:

$$P(\text{lik farge}) = \frac{1}{3}$$

Lik og ulik farge er de eneste mulighetene, så:

$$P(\text{ulik farge}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Metode 2: liste over alle utfall

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Vi kaller kulene G1, G2 (gule) og R1, R2 (rosa). Rekkefølgen spiller ingen rolle, så vi lister opp alle mulige par:

Utfall	Farger
G1, G2	Lik (gul og gul)
G1, R1	Ulik
G1, R2	Ulik
G2, R1	Ulik
G2, R2	Ulik
R1, R2	Lik (rosa og rosa)

Det er 6 mulige utfall. 4 av dem gir ulik farge (Lars går ut), og 2 gir lik farge (Maya går ut):

$$P(\text{Lars}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \qquad P(\text{Maya}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Lars har dobbelt så stor sannsynlighet som Maya for å gå ut med søpla.

Lars og Maya har ikke like stor sannsynlighet: Lars har $\frac{2}{3} \approx 67\,\%$ og Maya har $\frac{1}{3} \approx 33\,\%$.

Oppgave 8

a)

Her er programmet med en forklaring på hver linje:

```
sparebeløp = 6000          # Startbeløpet Zara setter i banken
vekstfaktor = 1.10         # Beløpet øker med 10 % hvert år
år = 0                     # Teller som holder styr på hvor mange år som har gått

while år < 5:                              # Løkka gjentas så lenge år er mindre enn 5
    sparebeløp = sparebeløp * vekstfaktor  # Legger til ett års rente
    år = år + 1                            # Ett år til har gått
    print(sparebeløp)                      # Skriver ut det nye beløpet
```

Programmet starter med 6 000 kr, en vekstfaktor på 1,10 (10 % rente per år) og `år` lik 0.

Løkka `while år < 5` kjører så lenge `år` er mindre enn 5. Den kjører derfor 5 ganger, én gang for hver av verdiene 0, 1, 2, 3 og 4. I hvert gjennomløp blir sparebeløpet ganget med vekstfaktoren, telleren øker med 1, og det nye beløpet skrives ut. Når `år` har blitt 5, er betingelsen ikke lenger sann, og programmet stopper.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Fordi startbeløp, vekstfaktor og antall år ligger i egne variabler, kan Zara enkelt endre dem og se hvordan sparingen blir med andre tall.

Programmet regner ut og skriver ut sparebeløpet etter hvert av de fem første årene.

b)

Metode 1: følge programmet

$$\text{Etter år 1:} \quad 6\,000\ \text{kr} \cdot 1{,}10 = 6\,600\ \text{kr}$$

$$\text{Etter år 2:} \quad 6\,600\ \text{kr} \cdot 1{,}10 = 7\,260\ \text{kr}$$

Metode 2: eksponent

Dette er samme formel som i oppgave 2, $N = G \cdot V$. Forskjellen er at programmet ganger med vekstfaktoren én gang per år. Etter 2 år er startbeløpet ganget med V to ganger, altså $G \cdot V \cdot V = G \cdot V^2$. Etter t år er det ganget med V t ganger.

Formel (eksponentiell vekst):

$$N = G \cdot V^t$$

der

- N er ny verdi
- G er gammel verdi (grunnverdien), her startbeløpet på 6 000 kr
- V er vekstfaktoren, her 1,10
- t er antall ganger vi ganger med V, her 2 år

$$N = 6\,000\ \text{kr} \cdot 1{,}10^2$$

Først regner vi ut potensen. Å opphøye i andre betyr å gange tallet med seg selv:

$$1{,}10^2 = 1{,}1 \cdot 1{,}1 = 1{,}21$$

$6\,000 \cdot 1{,}21$ er lettest å regne ut i deler, fordi $1{,}21 = 1 + 0{,}2 + 0{,}01$:

$$6\,000 \cdot 1 = 6\,000$$
$$6\,000 \cdot 0{,}2 = 1\,200$$
$$6\,000 \cdot 0{,}01 = 60$$

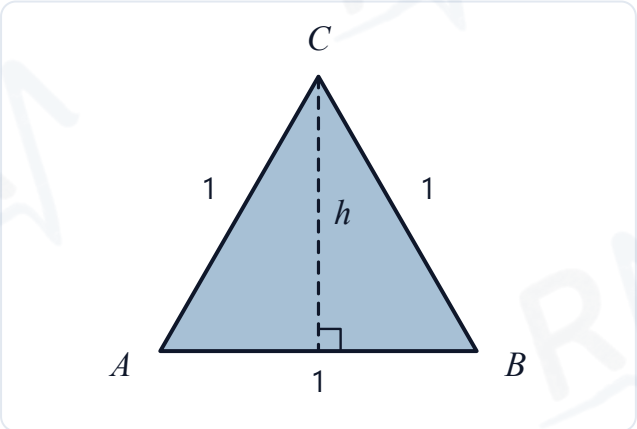
RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Så legger vi sammen delene:

$$N = 6\,000\ \text{kr} + 1\,200\ \text{kr} + 60\ \text{kr} = 7\,260\ \text{kr}$$

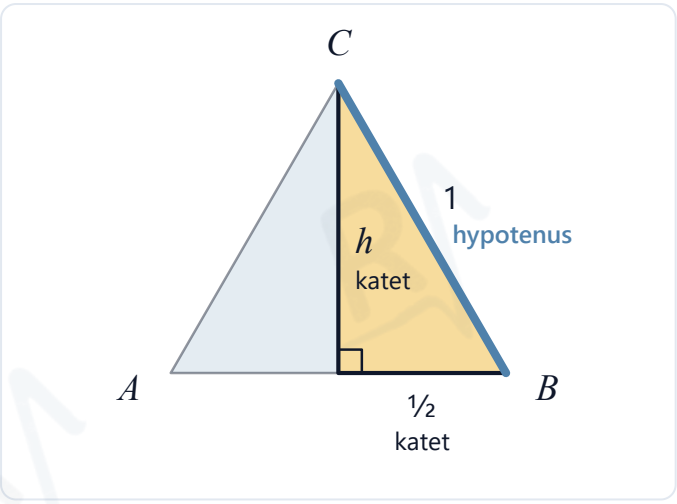
Etter to år har Zara 7 260 kr.

Oppgave 9



Steg 1: Del trekanten i to. Høyden h står vinkelrett på AB. Trekanten er likesidet, så høyden treffer midt på AB og deler trekanten i to like store, rettvinklede trekanter.

Steg 2: Finn sidene i den ene lille trekanten.



- Hypotenusen er $BC = 1$.
- Den ene kateten er halve AB, altså $\frac{1}{2}$.
- Den andre kateten er høyden h.

Steg 3: Bruk Pytagoras' setning.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Formel (Pytagoras' setning):

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Her er a og b katetene (h og $\frac{1}{2}$), og c er hypotenusen (1):

$$h^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$$

$$h^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot 1$$

$$h^2 + \frac{1}{4} = 1$$

$$h^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$h^2 = \frac{4}{4} - \frac{1}{4}$$

$$h^2 = \frac{3}{4}$$

Steg 4: Ta kvadratrota. En lengde er positiv, så vi tar bare den positive rota. Vi tar rota av teller og nevner hver for seg. $\sqrt{4} = 2$, fordi $2 \cdot 2 = 4$:

$$h = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Høyden h til trekant ABC er $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Oppgave 10

Hva hvert mål gir oss:

Mål	Gir oss
Gjennomsnitt 5	Summen av tallene er 25 (se under)
Median 6	Det midterste tallet er 6
Typetall 6	Det er minst to seksere, og flere seksere enn av noe annet tall
Variasjonsbredde 5	Største tall er 5 mer enn minste tall

Summen fra gjennomsnittet.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Formel (gjennomsnitt):

$$\text{gjennomsnitt} = \frac{\text{summen av tallene}}{\text{antall tall}}$$

Gjennomsnittet er 5 og antallet er 5. Vi ganger begge sider med antallet:

$$5 = \frac{\text{summen}}{5}$$

$$\text{summen} = 5 \cdot 5$$

$$\text{summen} = 25$$

Hvor lavt kan det minste tallet være? Det største tallet står til høyre for medianen, så det er minst 6. Det minste tallet er 5 mindre enn det største, så det er minst $6 - 5 = 1$. Vi trenger altså ikke prøve med 0 eller negative tall.

Metode 1: prøv og juster

Steg 1: Lås det vi vet. Medianen gir oss at det midterste tallet er 6. Typetallet krever minst én sekser til. Den kan stå rett til venstre eller rett til høyre for midten. Vi setter den til høyre, fordi tallene til venstre bør være lave, som neste steg viser:

$$\square \quad \square \quad 6 \quad 6 \quad \square$$

Steg 2: Hvorfor trenger vi lave tall? De tre tallene fra midten og utover er alle minst 6, så de har til sammen minst $6 + 6 + 6 = 18$. Summen skal være 25, så de to tallene til venstre kan til sammen være høyst $25 - 18 = 7$. Vi lar det siste tallet være 6, siden det er det minste det kan være. Til venstre prøver vi med de laveste tallene vi har lov til, altså 1:

$$1 \quad 1 \quad 6 \quad 6 \quad 6$$

Steg 3: Juster summen. Summen er $1 + 1 + 6 + 6 + 6 = 20$, men den skal være 25. Vi mangler $25 - 20 = 5$. Hvor kan vi legge til de 5?

- Det minste tallet må bli stående som 1, fordi variasjonsbredden er $6 - 1 = 5$ akkurat nå.
- Øker vi det største tallet, blir variasjonsbredden større enn 5.
- De to andre sekserne kan ikke bli større enn det største tallet, som er 6.

Den eneste plassen igjen er den andre eneren. Den blir $1 + 5 = 6$:

$$1 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6$$

Kontroll: summen er 25, medianen er 6, typetallet er 6 og variasjonsbredden er $6 - 1 = 5$.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

En vanlig felle: $3, 4, 6, 6, 6$ har også sum 25, median 6 og typetall 6. Men variasjonsbredden er bare $6 - 3 = 3$. Husk å sjekke alle fire kravene.

Metode 2: likning

Vi kaller de fem tallene i sortert rekkefølge $a,\ b,\ c,\ d,\ e$, der a er minst og e er størst.

- Medianen er det midterste tallet: $c = 6$.
- Typetallet krever en sekser til. Tallene er sortert, så den må stå rett ved siden av c, altså på plass b eller d. Vi prøver med $d = 6$ først, og $b = 6$ til slutt.
- Variasjonsbredden er største minus minste tall: $e - a = 5$. Legger vi til a på begge sider, får vi $e = a + 5$.

Tallene er da $a,\ b,\ 6,\ 6,\ a + 5$. Summen skal være 25:

$$\begin{aligned} a + b + 6 + 6 + (a + 5) &= 25 \\ 2a + b + 17 &= 25 \\ 2a + b &= 25 - 17 \\ 2a + b &= 8 \end{aligned}$$

Vi løser for b, slik at vi kan prøve med ulike verdier av a:

$$b = 8 - 2a$$

Vi prøver $a = 2$:

$$\begin{aligned} b &= 8 - 2 \cdot 2 \\ b &= 4 \\ e &= 2 + 5 \\ e &= 7 \end{aligned}$$

Tallene blir 2, 4, 6, 6, 7.

Kontroll:

- Gjennomsnitt: $\frac{2+4+6+6+7}{5} = \frac{25}{5} = 5$
- Median: 6 (det midterste tallet)
- Typetall: 6 (forekommer to ganger, de andre én gang)
- Variasjonsbredde: $7 - 2 = 5$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Vi prøver $a = 1$:

$$b = 8 - 2 \cdot 1$$
$$b = 6$$
$$e = 1 + 5$$
$$e = 6$$

Det gir 1, 6, 6, 6, 6, som er svaret fra metode 1.

Finnes det flere løsninger?

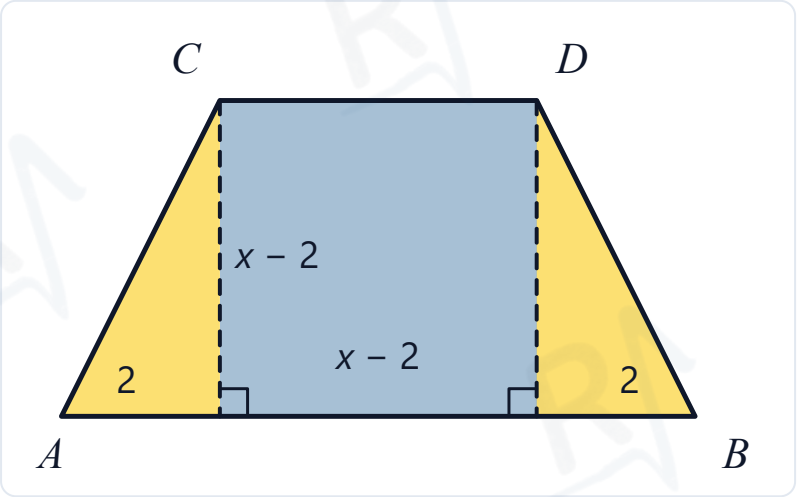
- a kan ikke være mindre enn 1 (se over).
- Med $a = 3$ blir $b = 8 - 2 \cdot 3 = 2$, som er mindre enn a. Da står tallene ikke i sortert rekkefølge, så det går ikke. Større a gir enda mindre b.
- Setter vi den andre sekseren på plass b i stedet ($b = 6$), gir summen $2a + d = 8$. Siden d er minst 6 og a er minst 1, må $a = 1$ og $d = 6$. Det gir 1, 6, 6, 6, 6 igjen.

Det finnes derfor bare disse to løsningene, og begge er riktige svar.

Fem heltall som passer, er 2, 4, 6, 6 og 7 (eller 1, 6, 6, 6 og 6).

Oppgave 11

Et trapes er en firkant med to parallelle sider. I trapeset $ABCD$ er de parallelle sidene AB (nederst, fra A til B) og CD (øverst, fra C til D). Høyden er avstanden mellom dem, og den er markert med stiplet strek.



RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

De to stiplede høydene deler trapeset i et kvadrat (blått) og to trekanter (gule). Den oppdelingen bruker vi i metode 2.

Metode 1: arealformelen for trapes

Formel (areal av trapes):

$$A = \frac{(a+b)\cdot h}{2}$$

der a og b er de parallelle sidene og h er høyden. Fra figuren:

- $a = AB = 2 + (x-2) + 2 = x + 2$
- $b = CD = x - 2$. CD har ikke noe mål i figuren, men de to stiplede høydene står vinkelrett på både AB og CD. Sammen med CD og den midterste delen av AB danner de et rektangel, så CD er like lang som den midterste delen av AB.
- $h = x - 2$

Vi setter inn:

$$A = \frac{\big((x+2) + (x-2)\big)\cdot(x-2)}{2}$$

Først slår vi sammen de to parallelle sidene. $+2$ og -2 blir 0:

$$(x+2) + (x-2) = x + x + 2 - 2 = 2x$$

Det gir:

$$A = \frac{2x\cdot(x-2)}{2}$$

Vi deler 2 i telleren på 2 i nevneren, og ganger så x inn i parentesen:

$$\begin{aligned} A &= x(x-2) \\ A &= x\cdot x - x\cdot 2 \\ A &= x^2 - 2x \end{aligned}$$

Metode 1 gir $A = x^2 - 2x$.

Metode 2: dele opp figuren

De stiplede strekene deler trapeset i et kvadrat i midten og to like trekanter på sidene.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Formel (areal av kvadrat):

$$A = s \cdot s$$

Kvadratet har side $x - 2$. Vi ganger hvert ledd i den første parentesen med hvert ledd i den andre:

$$\begin{aligned} A_{\text{kvadrat}} &= (x-2)(x-2) \\ A_{\text{kvadrat}} &= x \cdot x - x \cdot 2 - 2 \cdot x + 2 \cdot 2 \\ A_{\text{kvadrat}} &= x^2 - 2x - 2x + 4 \\ A_{\text{kvadrat}} &= x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$

Formel (areal av trekant):

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

Hver trekant har grunnlinje 2 og høyde $x - 2$:

$$A_{\text{trekant}} = \frac{2 \cdot (x-2)}{2} = x - 2$$

Det er to like trekanter, så vi ganger arealet av én trekant med 2:

$$2 \cdot A_{\text{trekant}} = 2(x-2) = 2x - 4$$

Arealet av trapeset er arealet av kvadratet pluss arealet av de to trekantene:

$$\begin{aligned} A_{\text{trapes}} &= A_{\text{kvadrat}} + 2 \cdot A_{\text{trekant}} \\ A_{\text{trapes}} &= (x^2 - 4x + 4) + (2x - 4) \\ A_{\text{trapes}} &= x^2 - 4x + 2x + 4 - 4 \\ A_{\text{trapes}} &= x^2 - 2x \end{aligned}$$

Begge metodene gir samme uttrykk.

Et uttrykk for arealet til trapeset $ABCD$ er $x^2 - 2x$.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Oppgave 12

To uttrykk har lik verdi uansett hva a er, dersom de kan skrives om til nøyaktig samme uttrykk. Vi forenkler derfor hvert uttrykk så langt det går:

Uttrykk	Slik forenkler vi	Forenklet
A: $4(a+3)$	Ganger 4 inn i parentesen: $4 \cdot a + 4 \cdot 3$	$4a + 12$
B: $\frac{4a+12}{4}$	Deler hvert ledd i telleren på 4: $\frac{4a}{4} + \frac{12}{4}$	$a + 3$
C: $4a$	Kan ikke forenkles	$4a$
D: $\frac{8a+24}{2}$	Deler hvert ledd i telleren på 2: $\frac{8a}{2} + \frac{24}{2}$	$4a + 12$
E: $4a + 12$	Kan ikke forenkles	$4a + 12$
F: $\frac{12a}{3}$	Deler 12 på 3	$4a$

Resultat:

- **Uttrykk A, D og E** kan alle skrives som $4a + 12$.
- **Uttrykk C og F** kan begge skrives som $4a$.
- **Uttrykk B** blir $a + 3$, som ikke er likt noen av de andre.

A, D og E har lik verdi $(4a + 12)$, og C og F har lik verdi $(4a)$.

Oppgave 13

Formel (lineær funksjon):

$$y = ax + b$$

der a er stigningstallet og b er konstantleddet. Konstantleddet er der grafen krysser y-aksen. Fortegnet til stigningstallet forteller om grafen går oppover (positivt) eller nedover (negativt) mot høyre.

For funksjonen vår:

$$y = 0{,}5x - 2$$

$$a = 0{,}5 \qquad b = -2$$

Steg 1: konstantleddet.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Grafen skal krysse y-aksen i $y = -2$. Bare de to nederste grafene gjør det. Grafen øverst til venstre krysser i $y = 1$, og grafen øverst til høyre krysser langt under -2.

Steg 2: stigningstallet.

$a = 0{,}5$ er positivt, så grafen skal gå oppover mot høyre. Grafen nederst til høyre går nedover, så den faller bort. Grafen nederst til venstre går oppover.

Kontroll:

Vi kan sjekke svaret med et punkt til. Alle punkter på x-aksen har y-verdi 0. Setter vi $y = 0$ i funksjonsuttrykket, finner vi derfor hvilken x-verdi grafen har der den krysser x-aksen:

$$0 = 0{,}5x - 2$$
$$2 = 0{,}5x$$
$$x = \frac{2}{0{,}5}$$
$$x = 4$$

$\frac{2}{0{,}5} = 4$, fordi $0{,}5 \cdot 4 = 2$. Å dele på 0,5 er det samme som å gange med 2.

Grafen skal altså krysse x-aksen i $x = 4$. Grafen nederst til venstre gjør det, så svaret stemmer.

Grafen nederst til venstre representerer $y = 0{,}5x - 2$.

DEL 2 – Med hjelpemidler

Udirs nye ordning uten PC på del 2 fra 2027 gjelder videregående. På 10. trinn er digitale verktøy som regneark, GeoGebra og CAS fortsatt tillatt (eksamensveiledningen for MAT0015). Der en metode med digitale verktøy er klart raskest, står den først. Der metodene er omtrent like gode, står metoden for hånd først. Det er en god vane å kunne begge, og videregående har allerede gått over til del 2 uten PC.

Oppgave 1

a)

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Metode 1: for hånd

Vi sorterer først tallene i stigende rekkefølge. Da blir median og variasjonsbredde lette å finne, og vi kan telle at vi har fått med alle tallene.

Gutter: 7, 4, 4, 10, 6, 9, 2, 10, 12, 8, 8 og 4

Sortert: 2, 4, 4, 4, 6, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 12 (12 tall)

Jenter: 7, 6, 11, 6, 10, 9, 8, 8, 8, 9, 9 og 5

Sortert: 5, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 11 (12 tall)

Formel (gjennomsnitt):

$$\text{gjennomsnitt} = \frac{\text{summen av alle verdiene}}{\text{antall verdier}}$$

Summen er alle timene lagt sammen, og antall verdier er antall elever (12 gutter og 12 jenter). Vi regner ut summen først:

$$\begin{aligned}\text{summen gutter} &= 2 + 4 + 4 + 4 + 6 + 7 \\ &\quad +8 + 8 + 9 + 10 + 10 + 12 \\ &= 84 \text{ timer}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{summen jenter} &= 5 + 6 + 6 + 7 + 8 + 8 \\ &\quad +8 + 9 + 9 + 9 + 10 + 11 \\ &= 96 \text{ timer}\end{aligned}$$

Så deler vi på antallet:

$$\text{gjennomsnitt gutter} = \frac{84 \text{ timer}}{12} = 7 \text{ timer}$$

$$\text{gjennomsnitt jenter} = \frac{96 \text{ timer}}{12} = 8 \text{ timer}$$

Median: Medianen er tallet i midten når tallene er sortert. Med 12 tall finnes det ikke ett tall i midten. Midten ligger mellom tall nr. 6 og tall nr. 7, siden det er 5 tall foran nr. 6 og 5 tall etter nr. 7. Medianen er da gjennomsnittet av disse to.

Gutter: tall nr. 6 er 7 og tall nr. 7 er 8.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

$$\begin{aligned}\text{median gutter} &= \frac{7\text{ timer} + 8\text{ timer}}{2} \\ &= \frac{15\text{ timer}}{2} \\ &= 7{,}5\text{ timer}\end{aligned}$$

Jenter: tall nr. 6 er 8 og tall nr. 7 er 8.

$$\begin{aligned}\text{median jenter} &= \frac{8\text{ timer} + 8\text{ timer}}{2} \\ &= \frac{16\text{ timer}}{2} \\ &= 8\text{ timer}\end{aligned}$$

Formel (variasjonsbredde):

$$\text{variasjonsbredde} = \text{største verdi} - \text{minste verdi}$$

Største og minste verdi står sist og først i de sorterte listene:

$$\begin{aligned}\text{variasjonsbredde gutter} &= 12\text{ timer} - 2\text{ timer} \\ &= 10\text{ timer}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{variasjonsbredde jenter} &= 11\text{ timer} - 5\text{ timer} \\ &= 6\text{ timer}\end{aligned}$$

Metode 2: regneark

Vi skriver guttenes timer i kolonne B (celle B2 til B13) og jentenes i kolonne C (C2 til C13). Kolonne A bruker vi til elevnummer og navn på radene.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Elev	Gutter	Jenter
1	7	7
2	4	6
3	4	11
4	10	6
5	6	10
6	9	9
7	2	8
8	10	8
9	12	8
10	8	9
11	8	9
12	4	5

Under tallene bruker vi regnearkets egne funksjoner: `GJENNOMSNITT`, `MEDIAN`, og `STØRST` minus `MIN` for variasjonsbredden. Her står formlene i en egen kolonne ved siden av svarene:

Mål	Gutter	Jenter	Formel (gutter)	Formel (jenter)
Gjennomsnitt	7	8	=GJENNOMSNITT(B2:B13)	=GJENNOMSNITT(C2:C13)
Median	7,5	8	=MEDIAN(B2:B13)	=MEDIAN(C2:C13)
Variasjonsbredde	10	6	=STØRST(B2:B13)-MIN(B2:B13)	=STØRST(C2:C13)-MIN(C2:C13)

Her viser formelkolonnen hvilke formler som er brukt. På eksamen skal du ta to skjermbilder av regnearket: ett med svarene og ett der formlene vises (Ctrl + '). Rad- og kolonneoverskriftene (A, B, C og 1, 2, 3) skal være med på begge.

Sammenligning:

Jentene sov mest. Forskjellen i gjennomsnitt og i median:

$$\text{gjennomsnitt: } 8 \text{ timer} - 7 \text{ timer} = 1 \text{ time}$$
$$\text{median: } 8 \text{ timer} - 7{,}5 \text{ timer} = 0{,}5 \text{ time}$$

Begge målene er høyest for jentene, så begge sier at jentene sov mer.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Gjennomsnittet er lavere enn medianen for guttene (7 mot 7,5). Det kommer av at de lave verdiene ligger lenger under medianen enn de høye ligger over. Den laveste verdien (2) og den høyeste (12) ligger så langt fra medianen:

$$\text{under: } 7{,}5 \text{ timer} - 2 \text{ timer} = 5{,}5 \text{ timer}$$
$$\text{over: } 12 \text{ timer} - 7{,}5 \text{ timer} = 4{,}5 \text{ timer}$$

Lave verdier trekker summen og dermed gjennomsnittet ned, men flytter ikke midten av lista.

Søvnen varierte mest blant guttene. Forskjellen i variasjonsbredde:

$$10 \text{ timer} - 6 \text{ timer} = 4 \text{ timer}$$

Guttene sov fra 2 til 12 timer. Jentene sov mer likt, mellom 5 og 11 timer.

Jentene sov mer enn guttene (gjennomsnitt 8 mot 7 timer, median 8 mot 7,5 timer), og søvnen varierte mindre blant jentene (variasjonsbredde 6 mot 10 timer).

b)

Steg 1: Tell opp elevene i hver gruppe.

Vi bruker de sorterte listene fra a) og teller rett i dem. Tabellen under er bare for å vise tellingen, du trenger ikke lage den. De to andre gruppene er «mindre enn 8» og «mer enn 10», så 8 og 10 er ikke med i dem. Skal alle elevene være med i en gruppe, må 8 og 10 høre til «8 til 10 timer».

Gruppe	Gutter	Antall	Jenter	Antall	Hele klassen
Under 8	2, 4, 4, 4, 6, 7	6	5, 6, 6, 7	4	$6 + 4 = 10$
8 til 10	8, 8, 9, 10, 10	5	8, 8, 8, 9, 9, 9, 10	7	$5 + 7 = 12$
Over 10	12	1	11	1	$1 + 1 = 2$
Sum		12		12	$10 + 12 + 2 = 24$

Summen er 24, så alle elevene er med.

Steg 2: Regn ut andelene.

Formel (andel i prosent):

$$\text{andel} = \frac{\text{antall i gruppen}}{\text{antall i hele klassen}} \cdot 100\,\%$$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Antall i hele klassen er 24:

Gruppe	Andel
Mindre enn 8 timer	$\frac{10}{24} \cdot 100\,\% \approx 41{,}7\,\%$
8 til 10 timer	$\frac{12}{24} \cdot 100\,\% = 50\,\%$
Mer enn 10 timer	$\frac{2}{24} \cdot 100\,\% \approx 8{,}3\,\%$

Kontroll: $41{,}7\,\% + 50\,\% + 8{,}3\,\% = 100\,\%$.

Steg 3: Velg diagram.

Oppgaven spør hvor stor *andel av klassen* som er i hver gruppe. Et sektordiagram (kakediagram) viser nettopp hvordan en helhet er delt opp, så det passer godt.

Hele sirkelen er 360° og står for alle 24 elevene. Hver elev får da

$$\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

Gruppe	Antall	Vinkel i sektordiagrammet
Mindre enn 8 timer	10	$10 \cdot 15^\circ = 150^\circ$
8 til 10 timer	12	$12 \cdot 15^\circ = 180^\circ$
Mer enn 10 timer	2	$2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$

Kontroll: $150^\circ + 180^\circ + 30^\circ = 360^\circ$.

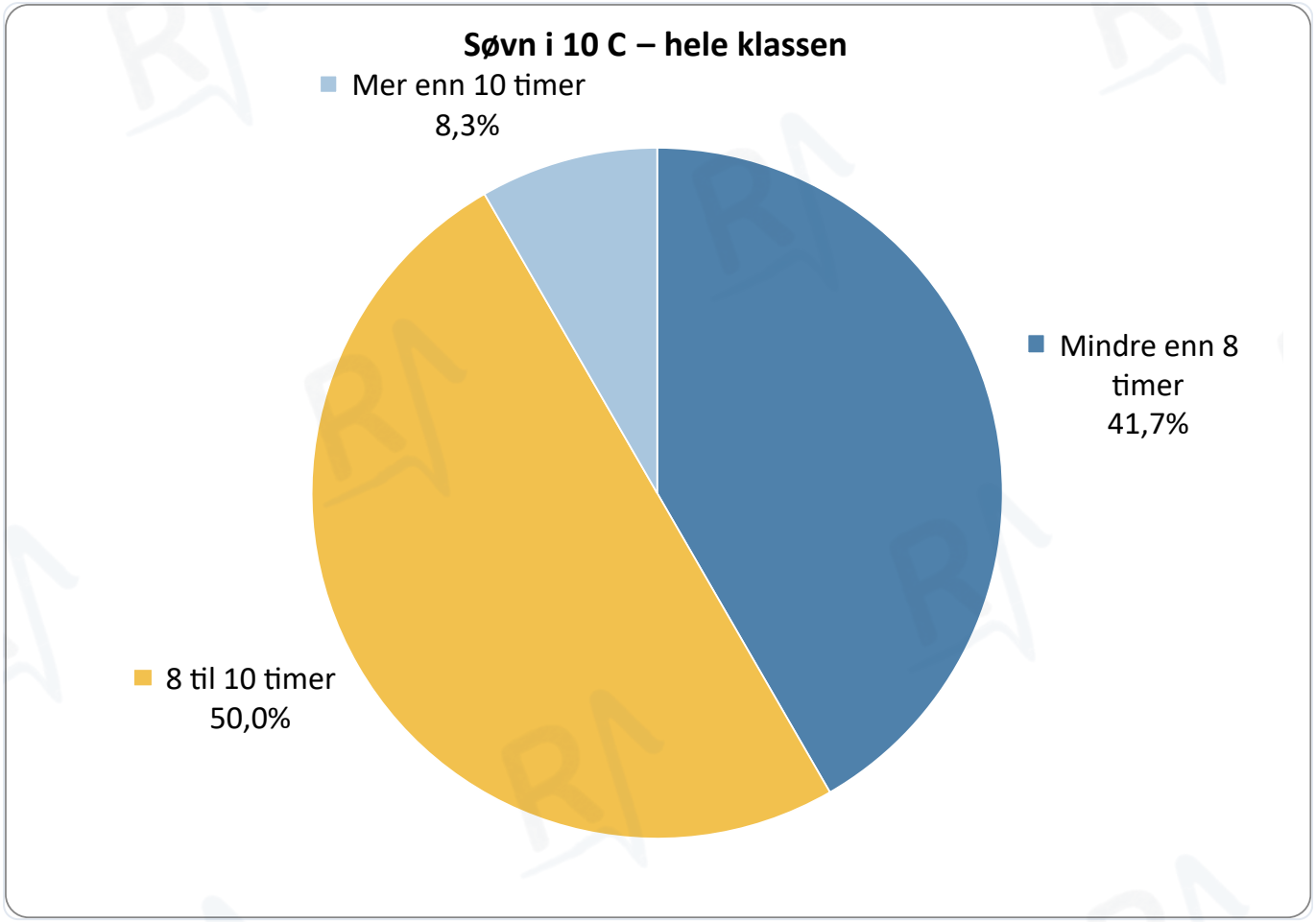
For hånd: Sektordiagrammet tegnes med passer og gradskive, med vinklene i tabellen over. Hver sektor merkes med gruppe og prosent.

Med regneark (raskere for selve diagrammet): Skriv gruppene og antallet fra tabellen i steg 1 inn i regnearket.

Gruppe	Gutter	Jenter	Hele klassen	Andel
Mindre enn 8 timer	6	4	10	41,7 %
8 til 10 timer	5	7	12	50,0 %
Mer enn 10 timer	1	1	2	8,3 %
Sum	12	12	24	100,0 %

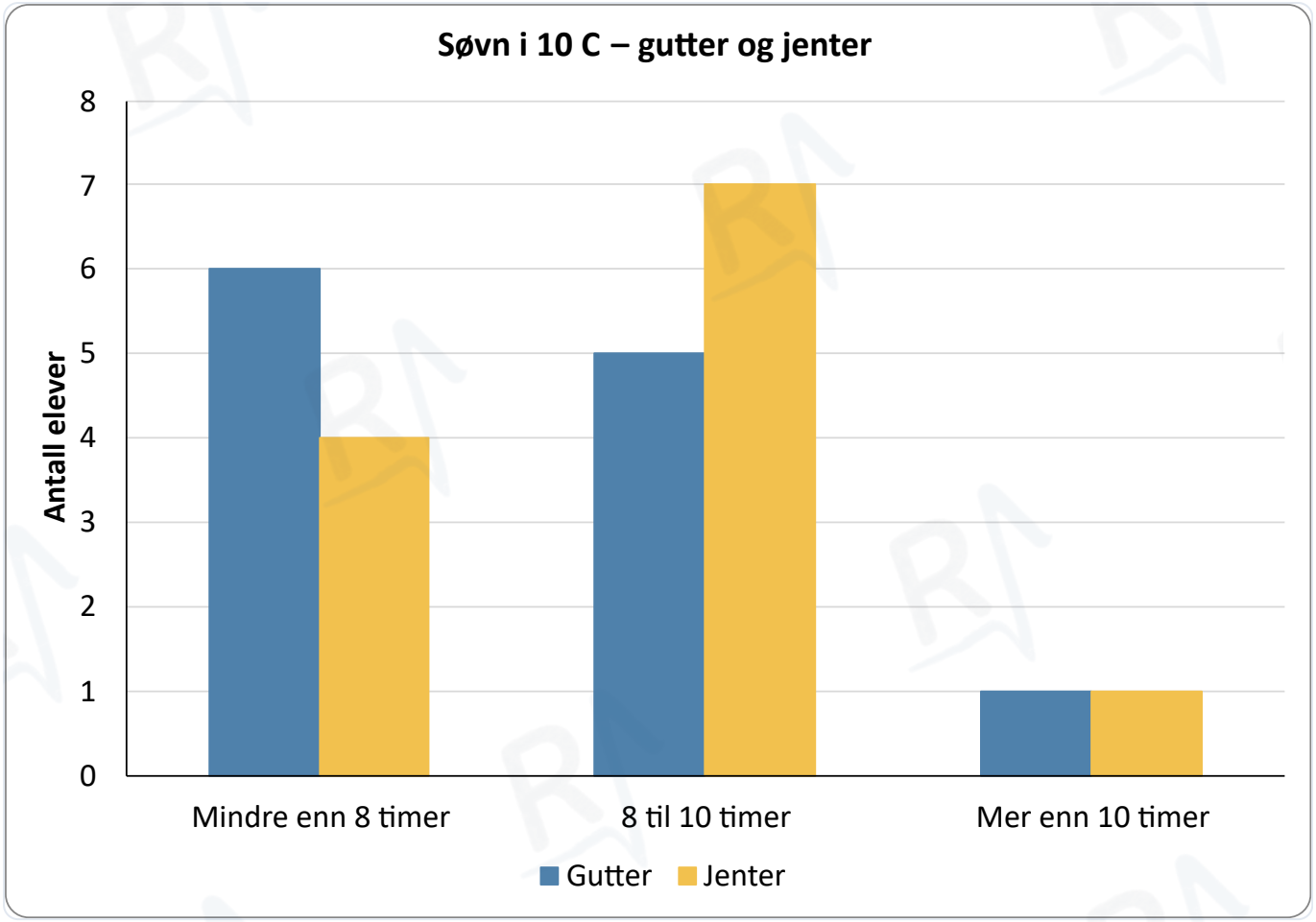
Marker gruppenavnene og antallet for hele klassen, og velg Sett inn, Diagram, Sektor. Slå på dataetiketter med prosent, og gi diagrammet en tittel.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.



Vil man vise forskjellen mellom gutter og jenter, kan man i stedet tegne et stolpediagram med de tre gruppene langs den vannrette aksen og to stolper per gruppe (gutter og jenter), med antall elever langs den loddrette aksen. Tallene står i tabellen i steg 1.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.



Steg 4: Vurder om elevene får nok søvn.

- Halve sektordiagrammet ($180°$, altså 50 %) er elevene som sov det anbefalte, 8 til 10 timer.
- Nesten like mye ($150°$, ca. 42 %) er elevene som sov mindre enn 8 timer. Blant guttene gjelder det 6 av 12, altså halvparten, mot 4 av 12 jenter ($\frac{4}{12} \approx 33\,\%$).
- Bare 2 elever (ca. 8 %) sov mer enn anbefalt.

Undersøkelsen gjelder bare én natt, så den sier ikke sikkert hvordan elevene sover til vanlig.

Halvparten av klassen sov anbefalt mengde, men ca. 42 % sov mindre enn 8 timer. Mange i 10 C fikk ikke nok søvn denne natten, særlig guttene.

Oppgave 2

a)

Funksjonen er gitt ved

$$f(x) = 20\,000 \cdot 1{,}04^x$$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Den har samme form som formelen for vekst over tid fra del 1 (oppgave 8):

Formel (eksponentiell vekst):

$$N = G \cdot V^t$$

der N er ny verdi, G er gammel verdi (grunnverdien), V er vekstfaktoren og t er antall ganger vi ganger med V. Vi sammenligner ledd for ledd:

- $G = 20\,000$: Grunnverdien er de 20 000 kronene Jonas setter i banken fra sommerjobben, altså beløpet han starter med.
- $V = 1{,}04$: Vekstfaktoren. En økning på 4 % betyr at beløpet blir $100\,\% + 4\,\% = 104\,\%$ av det det var, og $104\,\% = 1{,}04$. Beløpet øker altså med 4 % rente hvert år.
- $t = x$: Antall år pengene står i banken. Hvert år ganges beløpet med 1,04 én gang.
- $N = f(x)$: Beløpet Jonas har i banken etter x år.

20 000 er beløpet Jonas setter inn, 1,04 betyr at beløpet øker med 4 % rente per år, og x er antall år.

b)

Vi setter $x = 15$ inn i funksjonen:

$$f(15) = 20\,000 \text{ kr} \cdot 1{,}04^{15}$$

På kalkulatoren regner vi ut potensen med potenstasten (x^y eller ^): 1,04, potenstasten, 15.

$$1{,}04^{15} \approx 1{,}80$$

$$f(15) \approx 20\,000 \text{ kr} \cdot 1{,}80 = 36\,000 \text{ kr}$$

Taster du hele uttrykket $20\,000 \cdot 1{,}04^{15}$ inn på én gang, blir svaret litt annerledes:

$$\begin{aligned} 20\,000 \cdot 1{,}04^{15} &= 36\,018{,}87 \text{ kr} \\ &\approx 36\,019 \text{ kr} \\ 36\,019 \text{ kr} - 36\,000 \text{ kr} &= 19 \text{ kr} \end{aligned}$$

Forskjellen på 19 kr kommer av at vi rundet $1{,}04^{15}$ til 1,80. Det er lite i forhold til beløpet.

Etter 15 år har Jonas ca. 36 000 kr på bankkontoen.

c)

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Steg 1: Har Jonas nok penger til å betale kontant etter 3 år?

Vi setter $x = 3$ inn i funksjonen fra a). Potensen kan vi regne ut som 1,04 ganget med seg selv tre ganger:

$$1{,}04^3 = 1{,}04 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}04 = 1{,}124864$$

$$f(3) = 20\,000 \text{ kr} \cdot 1{,}124864 = 22\,497{,}28 \text{ kr}$$

Jonas har 22 497,28 kr etter 3 år. PC-en koster 22 000 kr, så han kan betale kontant. Da betaler han 22 000 kr.

Steg 2: Hvor mye betaler han med lån?

Oppgaven oppgir verken månedsbeløp eller nedbetalingsplan. Jeg antar derfor at hele lånet står med renter i 18 måneder og betales tilbake på én gang til slutt. (Betales lånet ned litt hver måned, blir rentekostnaden lavere, fordi Jonas da skylder mindre etter hvert.)

Vi bruker samme formel som i a):

$$N = G \cdot V^t$$

- $G = 22\,000 \text{ kr}$: lånebeløpet, altså prisen på PC-en.
- $V = 1{,}15$: den effektive renten er 15 % per år, og $100\,\% + 15\,\% = 115\,\% = 1{,}15$.
- $t = 1{,}5$: lånet går over 18 måneder, og $\frac{18}{12} = 1{,}5$ år.

$$N = 22\,000 \text{ kr} \cdot 1{,}15^{1{,}5}$$

Her går det ikke å «gange med V 1,5 ganger». Vi tenker i halvår i stedet. To halvår gir ett år, så vekstfaktoren for et halvt år ganget med seg selv er 1,15. Halvårsfaktoren er derfor $\sqrt{1{,}15}$, og 18 måneder er ett helt år pluss et halvt år:

$$\begin{aligned} 1{,}15^{1{,}5} &= 1{,}15 \cdot \sqrt{1{,}15} \\ &\approx 1{,}15 \cdot 1{,}0724 \\ &\approx 1{,}2332 \end{aligned}$$

Har kalkulatoren en potenstast, kan du også taste $1{,}15^{1{,}5}$ direkte. Vi taster inn hele uttrykket på én gang:

$$N = 22\,000 \text{ kr} \cdot 1{,}15^{1{,}5} \approx 27\,131 \text{ kr}$$

Her lar vi kalkulatoren regne uten å runde underveis. Vi skal trekke fra 22 000 kr etterpå, og da betyr en liten avrunding mye for svaret. Runder vi potensen til to desimaler, blir svaret 71 kr for

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

lite:

$$
\begin{aligned}
1{,}15^{1{,}5} &\approx 1{,}23 \\
22\,000\ \text{kr} \cdot 1{,}23 &= 27\,060\ \text{kr} \\
27\,131\ \text{kr} - 27\,060\ \text{kr} &= 71\ \text{kr}
\end{aligned}
$$

Vil du skrive ned potensen, bør du ta med fire desimaler. Da blir svaret bare 1 kr fra:

$$
\begin{aligned}
1{,}15^{1{,}5} &\approx 1{,}2332 \\
22\,000\ \text{kr} \cdot 1{,}2332 &\approx 27\,130\ \text{kr}
\end{aligned}
$$

Steg 3: Finn forskjellen.

Formel (merkostnad):

$$\text{merkostnad} = \text{betalt med lån} - \text{betalt kontant}$$

Betalt med lån er ca. 27 131 kr, og betalt kontant er 22 000 kr:

$$\text{merkostnad} \approx 27\,131\ \text{kr} - 22\,000\ \text{kr} = 5\,131\ \text{kr}$$

Med lån betaler Jonas ca. 5 131 kr mer enn ved å betale kontant, hvis hele lånet betales tilbake etter 18 måneder.

Oppgave 3

Vi gir hvert tilbud en funksjon, der x er antall timer Silje jobber. Hun får betalt for høyst 12 timer, så $0 \leq x \leq 12$.

Tilbud 1: 186 kr per time. Lønnen er 186 ganger antall timer:

$$T_1(x) = 186x$$

Tilbud 2: 1 000 kr ved oppmøte og 50 kr per time. Dette er en lineær funksjon $y = ax + b$ med stigningstall $a = 50$ (kroner per time) og konstantledd $b = 1\,000$ (oppmøtebeløpet):

$$T_2(x) = 50x + 1\,000$$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Tilbud 3: Gitt i oppgaven som $f(x) = 1 \cdot 2^x$. Vi kaller den T_3:

$$T_3(x) = 1 \cdot 2^x$$

Dette er samme formel som i oppgave 2, $N = G \cdot V^t$. Grunnverdien er $G = 1$ krone ved oppmøte. At beløpet dobles, betyr at det blir 2 ganger så stort hver time, så vekstfaktoren er $V = 2$. Antall ganger det dobles, er antall timer, $t = x$.

a)

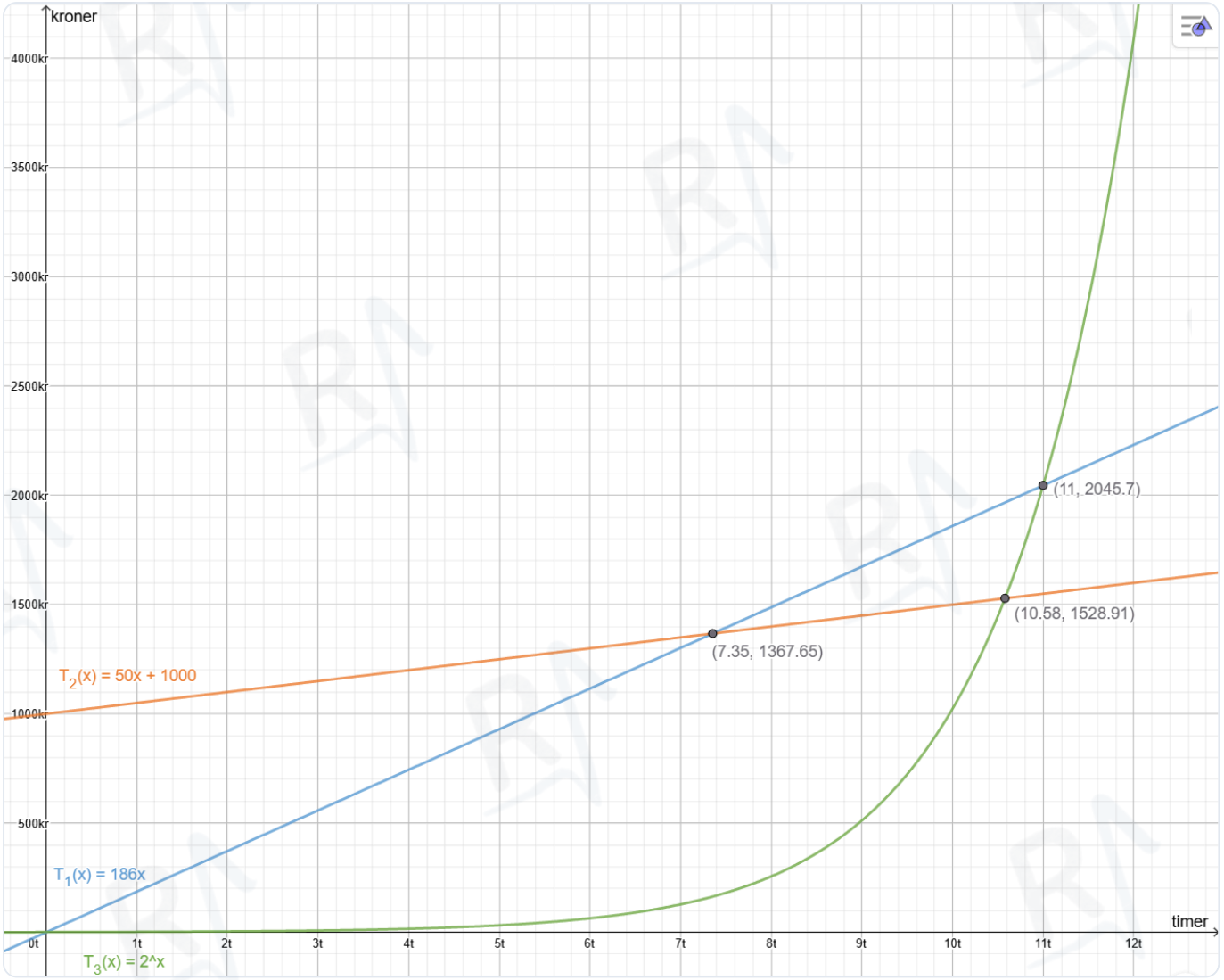
Metode 1: GeoGebra (raskest)

Skriv inn funksjonene i algebrafeltet med definisjonsområdet $0 \leq x \leq 12$:

- `T_1(x) = Funksjon(186x, 0, 12)`
- `T_2(x) = Funksjon(50x + 1000, 0, 12)`
- `T_3(x) = Funksjon(2^x, 0, 12)`

Juster aksene så hele området vises, for eksempel x fra 0 til 12 og y fra 0 til 4 500. Gi aksene navn (timer og kroner), og la funksjonsuttrykkene stå synlige på grafene. Ta så skjermbilde.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.



Skjæringspunktene i figuren hører til oppgave b).

Metode 2: for hånd

Steg 1: Verditabell.

Tilbud 1 og 2 er lineære, så grafene er rette linjer. En rett linje er bestemt av to punkter, så vi regner ut start ($x = 0$) og slutt ($x = 12$), og tar med $x = 6$ som kontroll på at punktene ligger på linje:

x **(timer)**	$T_1(x) = 186x$ **(kr)**	$T_2(x) = 50x + 1\,000$ **(kr)**
0	$186 \cdot 0 = 0$	$50 \cdot 0 + 1\,000 = 1\,000$
6	$186 \cdot 6 = 1\,116$	$50 \cdot 6 + 1\,000 = 1\,300$
12	$186 \cdot 12 = 2\,232$	$50 \cdot 12 + 1\,000 = 1\,600$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Tilbud 3 er ikke en rett linje, så her trenger vi mange punkter. De er raske å finne, fordi hver verdi er den forrige ganget med 2:

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
$T_3(x)$ (kr)	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024	2 048	4 096

Steg 2: Tegn koordinatsystemet.

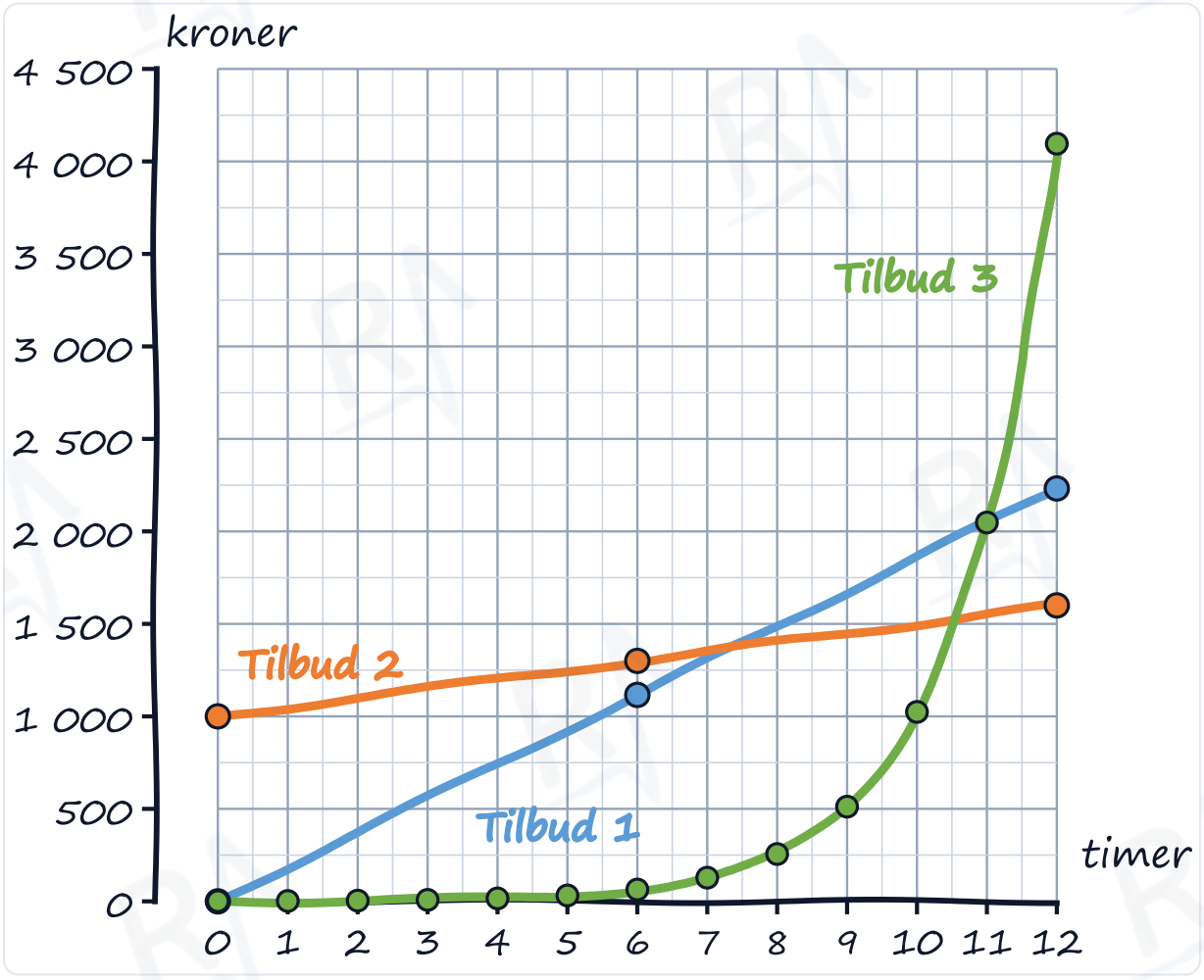
- Førsteaksen (x): antall timer fra 0 til 12.
- Andreaksen (y): lønn i kroner fra 0 til litt over 4 096, for eksempel 4 500.
- Velg en skala som får plass på arket, for eksempel 1 time = 2 ruter og 500 kr = 2 ruter.

Steg 3: Tegn grafene.

- Tilbud 1: rett linje fra $(0,\ 0)$ til $(12,\ 2\,232)$. Den starter lavest, men er den bratteste av de to linjene (186 kr per time).
- Tilbud 2: rett linje fra $(0,\ 1\,000)$ til $(12,\ 1\,600)$. Den starter høyest, men stiger sakte (50 kr per time).
- Tilbud 3: punktene fra tabellen, forbundet med en jevn kurve. Fram til ca. 7 timer ligger kurven nesten langs førsteaksen. Etter det stiger den svært bratt.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Merk hver graf med navnet på tilbudet. Slik kan det se ut:



b)

Slik leser vi grafene: Det tilbudet som har grafen *øverst* for et antall timer, gir mest lønn for så mange timer. Der to grafer krysser hverandre, gir de to tilbudene like mye. Skjæringspunktene deler derfor tidslinja i områder der ett tilbud er best.

Metode 1: GeoGebra (raskest)

Vi bruker kommandoen `Skjæring` på grafene fra a):

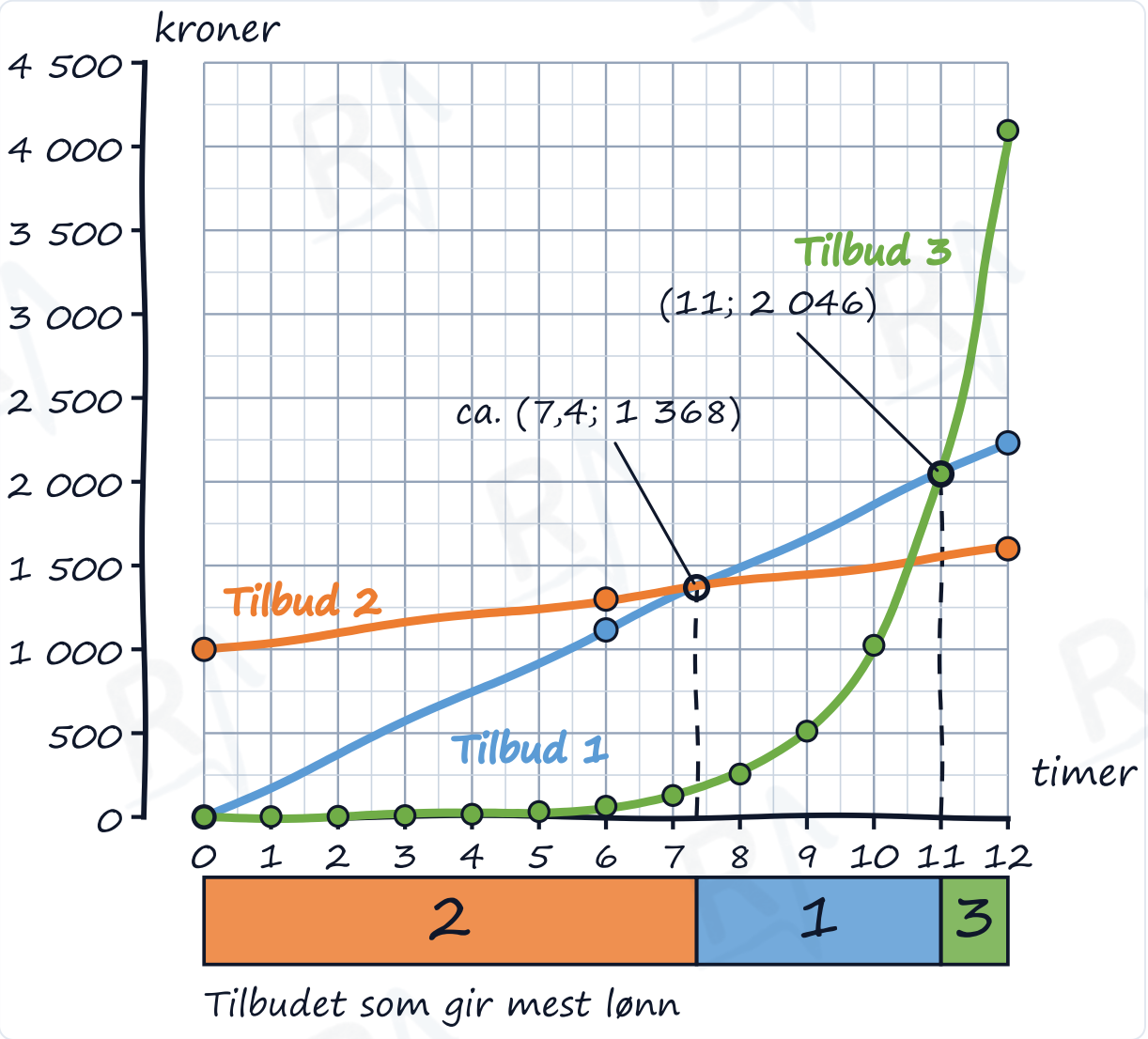
- `Skjæring(T_1, T_2)` gir $(7.35, 1367.65)$. Tilbud 1 og 2 gir like mye ved ca. 7,4 timer.
- `Skjæring(T_1, T_3)` gir to punkter, $(0.01, 1)$ og $(11, 2045.7)$. Det første punktet ligger helt i starten og har ingen betydning i praksis. Det andre viser at tilbud 3 går forbi tilbud 1 ved ca. 11 timer.
- `Skjæring(T_2, T_3)` gir $(10.58, 1528.91)$. Det punktet påvirker ikke svaret, fordi tilbud 1 allerede er bedre enn tilbud 2 der.

Skjæringspunktene er markert på grafen i a). Grafen som ligger øverst mellom skjæringspunktene, er det beste tilbudet der. Det gir oppsummeringen nederst i oppgaven.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Metode 2: for hånd

På grafen fra a) kan vi se svaret: følg førsteaksen fra venstre mot høyre, og se hvilken graf som ligger øverst. Linja for tilbud 1 krysser linja for tilbud 2 litt etter 7 timer, og kurven for tilbud 3 krysser linja for tilbud 1 rundt 11 timer.



En håndtegnet graf gir bare omtrentlige verdier, så vi regner ut skjæringspunktene nøyaktigere.

Tilbud 1 mot tilbud 2: Lønnen er lik når $T_1(x) = T_2(x)$:

$$\begin{aligned} 186x &= 50x + 1\,000 \\ 186x - 50x &= 1\,000 \\ 136x &= 1\,000 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1\,000}{136}$$

$$x \approx 7{,}35$$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Linjene krysser ved ca. 7,4 timer. Der gir tilbud 1 og 2 like mye, så ingen av dem lønner seg mer akkurat der. Funksjonene regner med at Silje får betalt også for deler av en time. Oppgaven sier ikke om hun gjør det, så vi sjekker også hele timer i tabellen under. Før ca. 7,4 timer ligger linja for tilbud 2 øverst (oppmøtebeløpet gir et forsprang). Etter det ligger linja for tilbud 1 øverst, fordi den stiger med 186 kr per time mot bare 50 kr.

Kontroll med hele timer:

x	$T_1(x) = 186x$ **(kr)**	$T_2(x) = 50x + 1\,000$ **(kr)**	**Best**
7	$186 \cdot 7 = 1\,302$	$50 \cdot 7 + 1\,000 = 1\,350$	Tilbud 2
8	$186 \cdot 8 = 1\,488$	$50 \cdot 8 + 1\,000 = 1\,400$	Tilbud 1

Tilbud 1 mot tilbud 3: Her måtte vi løst likningen $186x = 2^x$. Den kan ikke løses med regneregler vi har på 10. trinn, så vi sammenligner verdiene rundt der grafene krysser:

x	$T_1(x) = 186x$ **(kr)**	$T_3(x) = 2^x$ **(kr)**	**Differanse**
10	$186 \cdot 10 = 1\,860$	1 024	Tilbud 1 gir $1\,860 - 1\,024 = 836$ kr mer
11	$186 \cdot 11 = 2\,046$	2 048	Tilbud 3 gir $2\,048 - 2\,046 = 2$ kr mer
12	$186 \cdot 12 = 2\,232$	4 096	Tilbud 3 gir $4\,096 - 2\,232 = 1\,864$ kr mer

Ved 10 timer er tilbud 1 klart best. Verditabellen i a) viser at tilbud 3 også ligger under tilbud 1 for alle timetall fra 7 til 10, fordi 2^x først er 1 024 ved 10 timer. Ved 11 timer har tilbud 3 akkurat gått forbi, med bare 2 kr. Fordi beløpet i tilbud 3 dobles hver time, øker forspranget raskt etter det: ved 12 timer er det 1 864 kr.

Tilbud 3 krysser også tilbud 2 mellom 10 og 11 timer ($1\,024 < 1\,500$ ved 10 timer og $2\,048 > 1\,550$ ved 11 timer). Det spiller ingen rolle for valget, fordi tilbud 1 er bedre enn tilbud 2 i hele det området.

Oppsummering:

Antall timer	**Best tilbud**	**Hvorfor**
Under ca. 7,4	Tilbud 2	Oppmøtebeløpet på 1 000 kr gir et forsprang
Fra ca. 7,4 til ca. 11	Tilbud 1	Høyest timelønn (186 kr)
Fra ca. 11 til 12	Tilbud 3	Beløpet dobles hver time og vokser raskest til slutt

Regnet i hele timer: tilbud 2 er best for opptil 7 timer, tilbud 1 for 8 til 10 timer og tilbud 3 for 11 og 12 timer.

Tilbud 2 lønner seg hvis jobben tar under ca. 7,4 timer, tilbud 1 fra ca. 7,4 til ca. 11 timer, og tilbud 3 fra ca. 11 til 12 timer.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Oppgave 4

La k være antall kakestykker og b antall boller.

Likning I (antall solgt): Til sammen ble det solgt 131 kakestykker og boller.

$$k + b = 131$$

Likning II (inntekt): Et kakestykke kostet 30 kr og en bolle 20 kr, og til sammen kom det inn 3 210 kr.

$$30k + 20b = 3\,210$$

Samlet er likningssettet:

$$\begin{aligned} \text{I:} \quad k + b &= 131 \\ \text{II:} \quad 30k + 20b &= 3\,210 \end{aligned}$$

Metode 1: innsettingsmetoden

Vi løser likning I med hensyn på b ved å trekke fra k på begge sider:

$$\begin{aligned} k + b &= 131 \\ b &= 131 - k \end{aligned}$$

Vi setter $131 - k$ inn for b i likning II:

$$\begin{aligned} 30k + 20(131 - k) &= 3\,210 \\ 30k + 20 \cdot 131 - 20 \cdot k &= 3\,210 \\ 30k + 2\,620 - 20k &= 3\,210 \\ 10k + 2\,620 &= 3\,210 \\ 10k &= 3\,210 - 2\,620 \\ 10k &= 590 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &= \frac{590}{10} \\ k &= 59 \end{aligned}$$

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Vi setter $k = 59$ inn i uttrykket for b:

$$\begin{aligned} b &= 131 - 59 \\ b &= 72 \end{aligned}$$

Prøve: Vi skriver opp begge likningene og setter inn $k = 59$ og $b = 72$:

$$\begin{aligned} k + b &= 131 \\ 59 + 72 &= 131 \\ 131 &= 131 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30k + 20b &= 3\,210 \\ 30 \cdot 59 + 20 \cdot 72 &= 3\,210 \\ 1\,770 + 1\,440 &= 3\,210 \\ 3\,210 &= 3\,210 \end{aligned}$$

Venstre side er lik høyre side i begge likningene, så svaret stemmer.

Metode 2: CAS

Vi skriver hver likning på sin egen linje i CAS i GeoGebra, og løser dem samlet i linje 3:

Linje	Skriv inn
1	`k + b = 131`
2	`30k + 20b = 3210`
3	`Løs({$1, $2}, {k, b})`

`$1` og `$2` viser til linje 1 og 2. Linje 3 får du også ved å markere linje 1 og 2 og trykke på Løs-knappen. CAS gir $\{\{k = 59, b = 72\}\}$. Ta skjermbilde av CAS-linjene og skriv konklusjonen med ord.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

1	$k + b = 131$ $\rightarrow \quad \mathbf{b + k = 131}$
2	$30k + 20b = 3210$ $\rightarrow \quad \mathbf{20\,b + 30\,k = 3210}$
3	Løs({\$1, \$2}, {k, b}) $\rightarrow \quad \mathbf{\{\{k = 59, b = 72\}\}}$

Metode 3: tenk deg at alt var boller

Denne metoden viser hva som skjer i metode 1, og den er en god kontroll. Hvis alle 131 var boller, ville inntekten vært

$$131 \cdot 20\ \text{kr} = 2\,620\ \text{kr}$$

Den faktiske inntekten var høyere enn det:

$$3\,210\ \text{kr} - 2\,620\ \text{kr} = 590\ \text{kr}$$

Hver gang en bolle byttes ut med et kakestykke, øker inntekten med forskjellen i pris:

$$30\ \text{kr} - 20\ \text{kr} = 10\ \text{kr}$$

Antall kakestykker er derfor

$$\frac{590\ \text{kr}}{10\ \text{kr}} = 59$$

og antall boller er

$$131 - 59 = 72$$

Det er de samme tallene som i metode 1 (2 620, 590 og 10).

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Elevbedriften solgte 59 kakestykker og 72 boller.

Oppgave 5

a)

Modellen er gitt ved

$$f(x) = 200x - 30\,000, \quad 0 \leq x \leq 300$$

der x er antall personer og $f(x)$ er overskuddet i kroner. Stigningstallet 200 betyr at overskuddet øker med 200 kr for hver person som kommer. Det stemmer med billettprisen på 200 kr som Maiken nevner. Konstantleddet er overskuddet når ingen kommer, $f(0) = -30\,000$. Det er utgiften til leie av lokalet, som må betales uansett hvor mange som kommer.

Vi setter inn $x = 200$:

$$\begin{aligned} f(200) &= 200 \text{ kr} \cdot 200 - 30\,000 \text{ kr} \\ &= 40\,000 \text{ kr} - 30\,000 \text{ kr} \\ &= 10\,000 \text{ kr} \end{aligned}$$

Vi ser det samme i grafen: over 200 på førsteaksen ligger linja på 10 000.

Med 200 personer blir overskuddet 10 000 kr.

b)

Om ulikheter og definisjonsområde

- «Overskudd på *minst* 12 000 kr» betyr at overskuddet skal være 12 000 kr eller mer. Det skriver vi med tegnet $\geq$ (større enn eller lik): overskudd $\geq 12\,000$.
- En ulikhet løses som en likning. Vi kan legge til, trekke fra, gange og dele med det samme på begge sider. Ganger eller deler vi med et positivt tall, beholder ulikhetstegnet retningen. Ganger eller deler vi med et negativt tall, snur tegnet.
- Definisjonsområdet er de x-verdiene modellen gjelder for. Hver grense skal kunne begrunnes ut fra situasjonen. $0 \leq x \leq 150$ betyr at x ligger mellom 0 og 150, og at både 0 og 150 er med.

Maikens forslag: billettpris 300 kr i samme lokale

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Jeg antar at leien fortsatt er 30 000 kr, siden de beholder lokalet. Da blir modellen

$$g(x) = 300x - 30\,000$$

Med fullt lokale, 150 personer:

$$\begin{aligned} g(150) &= 300\ \text{kr} \cdot 150 - 30\,000\ \text{kr} \\ &= 45\,000\ \text{kr} - 30\,000\ \text{kr} \\ &= 15\,000\ \text{kr} \end{aligned}$$

Hvor mange må komme for at overskuddet skal bli minst 12 000 kr? Vi løser ulikheten $g(x) \geq 12\,000$:

$$\begin{aligned} 300x - 30\,000 &\geq 12\,000 \\ 300x &\geq 12\,000 + 30\,000 \\ 300x &\geq 42\,000 \\ x &\geq \frac{42\,000}{300} \\ x &\geq 140 \end{aligned}$$

Minst 140 personer må kjøpe billett. Lokalet har plass til 150, så de har en margin på $150 - 140 = 10$ billetter.

Magnus' forslag: billettpris 200 kr i et større og billigere lokale

Leien L for det nye lokalet er ukjent. Jeg antar at de selger 200 billetter, slik Magnus sier. Da er billettinntekten $200\ \text{kr} \cdot 200 = 40\,000\ \text{kr}$, og overskuddet er $200 \cdot 200 - L$. Overskuddet skal være minst 12 000 kr:

$$\begin{aligned} 200 \cdot 200 - L &\geq 12\,000 \\ 40\,000 - L &\geq 12\,000 \\ 40\,000 - 12\,000 &\geq L \\ 28\,000 &\geq L \end{aligned}$$

(Fra andre til tredje linje la vi til L og trakk fra 12 000 på begge sider.)

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Det nye lokalet må altså ha plass til minst 200 personer og koste høyst 28 000 kr. Koster det akkurat 28 000 kr, må de selge minst 200 billetter:

$$\begin{aligned} 200x - 28\,000 &\geq 12\,000 \\ 200x &\geq 40\,000 \\ x &\geq \frac{40\,000}{200} \\ x &\geq 200 \end{aligned}$$

Vurdering

	Maiken	**Magnus**
Lokale	Har det (150 plasser, 30 000 kr)	Nytt: 200 plasser, høyst 28 000 kr
Fullt hus gir	15 000 kr	Minst 12 000 kr
Må selge	140 av 150	Alle 200
Usikkert	Kommer 140 til 300 kr?	Finnes lokalet?

Tallene for Magnus gjelder hvis leien er 28 000 kr. Er leien lavere, må de selge litt færre billetter.

Maikens forslag bygger på et lokale de allerede har, og gir 10 billetter i margin. Magnus' forslag krever et lokale som er både større og billigere enn det de har, og det er ikke sikkert at det finnes. Jeg velger derfor Maikens forslag. Jeg antar da at minst 140 vil betale 300 kr for billetten.

Definisjonsområde for Maikens modell:

- $x \geq 0$, fordi antall personer ikke kan være negativt.
- $x \leq 150$, fordi lokalet bare har plass til 150 personer.

(I virkeligheten er x et helt tall, siden man ikke selger en halv billett.)

Jeg velger Maikens forslag: $g(x) = 300x - 30\,000$, $0 \leq x \leq 150$. Overskuddet blir minst 12 000 kr hvis minst 140 personer kommer.

Oppgave 6

a)

Vi prøver med både små og store tall. I påstand 3 starter vi rekkene på både partall og oddetall.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Påstand 1: Summen av to oddetall er et partall.

- $3 + 5 = 8$ (partall)
- $7 + 11 = 18$ (partall)
- $15 + 27 = 42$ (partall)

Påstand 2: Summen av to påfølgende heltall er et partall.

- $3 + 4 = 7$ (oddetall)
- $10 + 11 = 21$ (oddetall)
- $24 + 25 = 49$ (oddetall)

Påstand 3: Summen av tre påfølgende heltall er et oddetall.

- $1 + 2 + 3 = 6$ (partall)
- $2 + 3 + 4 = 9$ (oddetall)
- $3 + 4 + 5 = 12$ (partall)
- $4 + 5 + 6 = 15$ (oddetall)

Påstand 1 stemte i alle eksemplene, påstand 2 i ingen, og påstand 3 i noen.

b)

- **Påstand 1 stemmer alltid.** Alle eksemplene ga partall. Eksempler alene viser ikke at det gjelder for *alle* oddetall, men det viser vi i c).
- **Påstand 2 stemmer aldri.** Alle eksemplene ga oddetall. At det gjelder for alle tall, viser vi i c).
- **Påstand 3 stemmer noen ganger.** Her holder eksemplene: $2 + 3 + 4 = 9$ viser at den kan stemme, og $1 + 2 + 3 = 6$ viser at den ikke alltid stemmer. Summen var oddetall når det første tallet var et partall.

Påstand 1 stemmer alltid, påstand 2 stemmer aldri, og påstand 3 stemmer noen ganger.

c)

For å vise at noe gjelder for *alle* tall, bruker vi bokstaver i stedet for bestemte tall. Da trenger vi en måte å skrive partall og oddetall på.

Partall og oddetall med bokstaver

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Partall	Som 2 ganger et heltall	Oddetall	Som partall + 1
2	$2 \cdot 1$	3	$2 \cdot 1 + 1$
4	$2 \cdot 2$	5	$2 \cdot 2 + 1$
6	$2 \cdot 3$	7	$2 \cdot 3 + 1$
8	$2 \cdot 4$	9	$2 \cdot 4 + 1$

- Et partall er et tall i 2-gangen. Det kan alltid skrives som 2 ganger et heltall. Kaller vi heltallet k, er partallet $2k$.
- Et oddetall ligger alltid 1 over et partall. Derfor legger vi til 1, og oddetallet kan skrives som $2k + 1$.
- Omvendt: Kan et tall skrives som $2 \cdot (\text{et heltall})$, er det i 2-gangen, altså et partall. Kan det skrives som $2 \cdot (\text{et heltall}) + 1$, er det et oddetall.

Påstand 1

De to oddetallene kan være forskjellige, så vi bruker to ulike bokstaver: $2m + 1$ og $2n + 1$, der m og n er heltall. Summen er

$$\begin{aligned}(2m + 1) + (2n + 1) &= 2m + 2n + 2 \\ &= 2(m + n + 1)\end{aligned}$$

I andre linje setter vi 2 utenfor en parentes, siden alle tre leddene kan deles på 2. $m + n + 1$ er et heltall, fordi en sum av heltall er et heltall. Summen er altså 2 ganger et heltall, og dermed et partall.

Kontroll med $m = 1$ og $n = 2$ (oddetallene 3 og 5): $2(1 + 2 + 1) = 2 \cdot 4 = 8$, og $3 + 5 = 8$.

Summen av to oddetall er alltid et partall: $(2m + 1) + (2n + 1) = 2(m + n + 1)$.

Påstand 2

To påfølgende heltall er et heltall n og tallet rett etter, $n + 1$. Her kan n være både partall og oddetall. Summen er

$$\begin{aligned}n + (n + 1) &= n + n + 1 \\ &= 2n + 1\end{aligned}$$

$2n$ er et partall, og $2n + 1$ er 1 mer enn et partall. Summen er altså alltid et oddetall, og aldri et partall.

Kontroll med $n = 3$: $2 \cdot 3 + 1 = 7$, og $3 + 4 = 7$.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

Summen av to påfølgende heltall er alltid et oddetall: $n + (n+1) = 2n + 1$. Påstand 2 stemmer aldri.

Påstand 3

Tre påfølgende heltall er n, $n+1$ og $n+2$. Summen er

$$\begin{aligned} n + (n+1) + (n+2) &= n + n + n + 1 + 2 \\ &= 3n + 3 \\ &= 3(n+1) \end{aligned}$$

Summen er altså 3 ganger det midterste tallet. For eksempel er $2 + 3 + 4 = 3 \cdot 3 = 9$.

Om summen er partall eller oddetall, avhenger av det første tallet n. Vi ser på de to tilfellene hver for seg:

Når n er et partall, kan vi skrive $n = 2k$:

$$\begin{aligned} 3(n+1) &= 3(2k+1) \\ &= 6k + 3 \\ &= 6k + 2 + 1 \\ &= 2(3k+1) + 1 \end{aligned}$$

Det er 2 ganger et heltall pluss 1, altså et oddetall.

Når n er et oddetall, kan vi skrive $n = 2k + 1$:

$$\begin{aligned} 3(n+1) &= 3(2k+1+1) \\ &= 3(2k+2) \\ &= 6k + 6 \\ &= 2(3k+3) \end{aligned}$$

Det er 2 ganger et heltall, altså et partall.

Kontroll: $2 + 3 + 4 = 9$ starter på et partall og gir oddetall. $1 + 2 + 3 = 6$ starter på et oddetall og gir partall.

Summen av tre påfølgende heltall er $3(n+1)$. Den er et oddetall når det første tallet er et partall, og et partall når det første tallet er et oddetall. Påstand 3 stemmer noen ganger.

RubenMatte © 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.

© 2026 Ruben S. Johanssen, RubenMatte. Kun til privat bruk og skal ikke deles, publiseres eller selges videre.